



4. ESTUDIO DE SISTEMAS (II): SITUACIONES ESTABLES

1 CONSIDERACIONES GENERALES

El estudio de sistemas eléctricos de potencia en situación estable analiza el comportamiento de los sistemas en régimen permanente, es decir, en ausencia de fenómenos transitorios. Dichos fenómenos transitorios surgen de maniobras, descargas atmosféricas o alteraciones de la red de algún otro tipo, como cortocircuitos, fallos a tierra o desconexiones bruscas de algún elemento por actuación de sus protecciones.

El análisis de situaciones estables se ocupa del comportamiento de los sistemas en estado estacionario, que es aquél caracterizado por el mantenimiento a largo plazo de las condiciones iniciales. Esto no significa que no se evalúen los cambios en esas condiciones, sino que se omiten las fluctuaciones transitorias para considerar solo las nuevas condiciones a que se da lugar. Así se estudian las repercusiones para un sistema de cambios estacionarios como la conexión o desconexión de líneas, de generadores o de cargas, pero no los fenómenos pasajeros que ocurren justo en el momento de la variación.

El problema comienza planteándose como qué potencia deben inyectar los generadores a la red en determinados nudos, para satisfacer la demanda absorbida por los consumidores en esos u otros nudos. Se conocen la estructura de la red, los parámetros característicos de los generadores, consumidores, líneas y transformadores, y los límites de funcionamiento de todos ellos. Así, las fluctuaciones de tensión suelen restringirse a un cierto porcentaje alrededor de la tensión nominal (por ejemplo, $\pm 7\%$), la capacidad de transporte de las líneas está limitada por un determinado valor característico de los materiales empleados, la potencia de generación tiene un máximo o un mínimo según el tipo de central de que se trate, la carga puede oscilar entre ciertos límites, etc. Los cambios son suficientemente lentos como para que cada situación constituya una solución estable, y la potencia se reparte de forma estacionaria a lo largo de toda la red.

Este tipo de estudios es el que determina factores tan importantes como:

- La máxima demanda que puede atenderse en cada nudo de la red, o en toda ella, sin vulnerar los límites de capacidad o fluctuación de la tensión preestablecidos.
- La generación que debe ser incorporada a la red en cada momento, para atender cualquier estado particular de carga.
- Los límites de generación que pueden ser admitidos en cada nudo o en toda la red, favoreciendo así la implantación de la generación distribuida.
- La relación de transformación que debe adoptarse en los transformadores reguladores insertados en determinados nudos de la red y las posibilidades de ésta de mantener la tensión controlada dentro de los límites legales o contractuales.

- Las necesidades de desarrollo de las redes, en particular la conveniencia de una determinada inversión en nueva capacidad de transporte, de generación o de ambas.

2 ANÁLISIS DE SISTEMAS SENCILLOS

En el sitio web del área de Ingeniería Eléctrica de la Universidad de Salamanca hay una aplicación, que se usa desde prácticamente cualquier navegador de internet, que implementa el método de resolución de problemas de flujos de carga por medio del cálculo fasorial que se ha descrito en la lección anterior.

<https://electricidad.usal.es>

-> Asignaturas

-> Sistemas eléctricos de potencia

ETSII Béjar - Universidad de Salamanca
Ingeniería Eléctrica

Resolución de problemas de flujos de carga

©2017-2025 Dr. Ing. Norberto Redondo Melchor
Tel: +34 667 365 675

Parámetros de la red

Tensión nominal red V	Tolerancia %	Máx: 47025 V	Porcentaje de carga (%)
45000	4.5	Min: 42975 V	50
Iter: 498			

Nudos de la red

Nudo	Load (MVA)	Genr (MVA)	Tensión de nudo U (V)	Intensidad nudo I (A)	Potencia nudo S (MVA)	Añadir
1	0+0i	200+200i	41000+23000i	305.5 L -18.1°	16.85+18.29i	X
2	2+1.5i	0	38820+20629i	16.4 L 171.1°	-1-0.75i	X
3	3+2.5i	0	38470+20253i	25.9 L 168.0°	-1.5-1.25i	X
4	0	0	33867+15601i	0.0 L -55.8°	0+0i	X
5	0	0	40288+17671i	0.0 L -24.7°	0+0i	X
6	0	0	37874+15180i	0.0 L -22.5°	0+0i	X
7	7+6.5i	0	39481+17031i	64.1 L 160.5°	-3.5-3.25i	X
8	8+7.5i	0	36833+14421i	80.0 L 158.2°	-4-3.75i	X
9	9+8.5i	0	36689+14326i	90.7 L 158.0°	-4.5-4.25i	X

Elementos de la red

INI	FIN	Typo	Sn elem (MVA)	Añadir	y1 (x10 ⁶ Ω ⁻¹)	y2 (Ω ⁻¹)	y3 (x10 ⁶ Ω ⁻¹)	On	Off
1	2	L	60	X	0+40.89931i	0.06803-0.14998i	0+40.89931i	✓	✓
2	3	L	30	X	0+36.30826i	0.046-0.07225i	0+36.30826i	✓	✓
2	4	L	30	X	0+102.24829i	0.02721-0.05999i	0+102.24829i	✓	✓
4	5	T	20	X	0-23703.7i	0-0.1185185i	0+19753.1i	✓	✓
4	6	T	20	X	0-17037i	0-0.1135802i	0+14814.8i	✓	✓
5	7	L	30	X	0+29.04661i	0.0575-0.09031i	0+29.04661i	✓	✓
6	8	L	30	X	0+29.04661i	0.0575-0.09031i	0+29.04661i	✓	✓
6	9	L	30	X	0+29.04661i	0.0575-0.09031i	0+29.04661i	✓	✓

Pérdidas en la red: 2.35 MW
Rendimiento de la red: 98.8251 %

Potencias entregadas a las líneas (MVA)

[1]	[2]	[3]	[4]	[5]	[6]	[7]	[8]	[9]	lcc
[1]	----	16.85+18.29i	0+0i	0+0i	0+0i	0+0i	0+0i	0+0i	0+0i
[2]	-16.15-16.91i	----	1.51+1.13i	13.63+15.03i	0+0i	0+0i	0+0i	0+0i	0+0i
[3]	0+0i	-1.5-1.25i	----	0+0i	0+0i	0+0i	0+0i	0+0i	0+0i
[4]	0+0i	-12.28-12.38i	0+0i	----	3.56+3.36i	8.72+9.02i	0+0i	0+0i	0+0i
[5]	0+0i	0+0i	0+0i	-3.56-3.24i	----	0+0i	0+0i	0+0i	0+0i
[6]	0+0i	0+0i	0+0i	-8.72-8.16i	0+0i	----	0+0i	0+0i	0+0i
[7]	0+0i	0+0i	0+0i	0+0i	-3.5-3.25i	0+0i	----	0+0i	0+0i
[8]	0+0i	0+0i	0+0i	0+0i	0+0i	-4-3.75i	0+0i	----	0+0i
[9]	0+0i	0+0i	0+0i	0+0i	0+0i	0+0i	-4.5-4.25i	----	0+0i

Intensidades de las líneas (A)

[1]	[2]	[3]	[4]	[5]	[6]	[7]	[8]	[9]	lcc
[1]	----	305.5 L -18.1°	0.0 L -0.0°	0.0 L -0.0°	0.0 L -0.0°	0.0 L -0.0°	0.0 L -0.0°	0.0 L -0.0°	3779.5 L 164.5°
[2]	0.0 L -0.0°	25.9 L 168.0°	24.8 L -8.8°	266.5 L -19.8°	0.0 L -0.0°	0.0 L -0.0°	0.0 L -0.0°	0.0 L -0.0°	1937.7 L 153.8°
[3]	0.0 L -0.0°	270.0 L 159.5°	0.0 L -0.0°	75.8 L -18.6°	194.3 L -21.2°	0.0 L -0.0°	0.0 L -0.0°	0.0 L -0.0°	1013.1 L 152.0°
[4]	0.0 L -0.0°	0.0 L -0.0°	0.0 L -0.0°	63.1 L 161.4°	----	0.0 L -0.0°	0.0 L -0.0°	0.0 L -0.0°	509.2 L 137.8°
[5]	0.0 L -0.0°	0.0 L -0.0°	0.0 L -0.0°	168.9 L 158.8°	0.0 L -0.0°	0.0 L -0.0°	79.1 L -21.1°	89.8 L -21.4°	505.3 L 135.5°
[6]	0.0 L -0.0°	0.0 L -0.0°	0.0 L -0.0°	64.1 L 160.5°	0.0 L -0.0°	----	0.0 L -0.0°	0.0 L -0.0°	419.6 L 138.7°
[7]	0.0 L -0.0°	0.0 L -0.0°	0.0 L -0.0°	0.0 L -0.0°	80.0 L 158.2°	0.0 L -0.0°	----	0.0 L -0.0°	408.6 L 136.5°
[8]	0.0 L -0.0°	0.0 L -0.0°	0.0 L -0.0°	0.0 L -0.0°	0.0 L -0.0°	0.0 L -0.0°	----	0.0 L -0.0°	406.9 L 136.5°
[9]	0.0 L -0.0°	0.0 L -0.0°	0.0 L -0.0°	0.0 L -0.0°	0.0 L -0.0°	0.0 L -0.0°	0.0 L -0.0°	----	406.9 L 136.5°

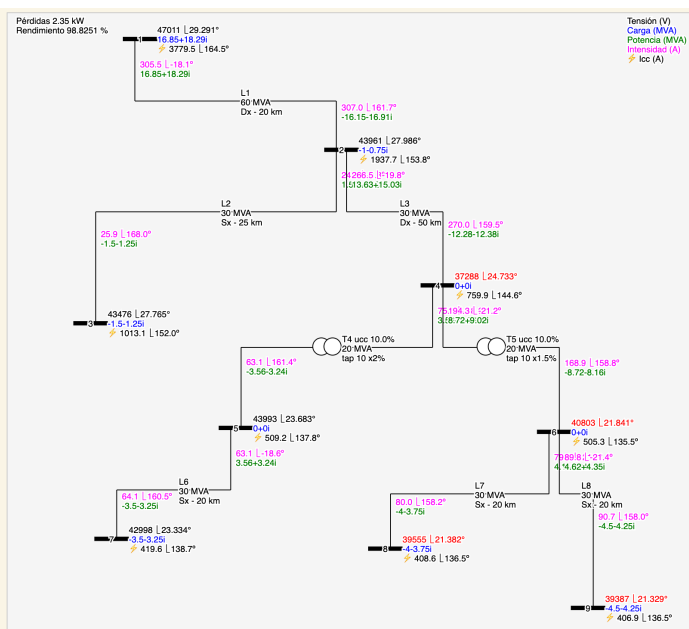


Fig. 69 Aplicación web para resolver problemas de flujos de carga.

Se trata de una página web interactiva, gracias a las posibilidades que ofrecen HTML5 y JavaScript, que llama a un programa escrito en R y que se ejecuta en el servidor de la página. La interface entre el navegador y el intérprete de R es openCpu, gratuita, de JEROEN OOMS

(<https://www.opencpu.org/>).

A continuación siguen algunos ejemplos de cómo utilizarla y cómo interpretar sus resultados.

2.1 Dos nudos y una línea

El sistema más sencillo que puede analizarse consiste en dos nudos unidos por una sola línea. Es un sistema que puede describir una red formada por una *central* que suministra potencia eléctrica a una sola *ciudad*.

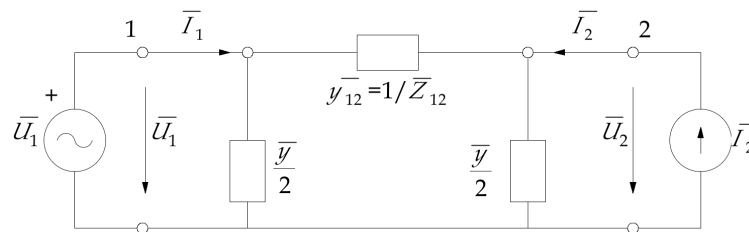


Fig. 70 Modelo de cálculo de dos nudos y una línea.

El modelo eléctrico de ese sistema es el de la Fig. 70, que se ajusta a las condiciones de los modelos de carga impuestas en el tema 2, y que eran:

- Una red de admitancias en paralelo con fuentes de intensidad independientes, salvo la del nudo 1 que es una fuente de tensión, cuya misión es fijar los potenciales de la red y entregarle siempre toda la potencia que esta necesita.
- La intensidad que las fuentes de nudo *entregan* a la red es $\bar{I}_1 = (\bar{S}_1/\bar{U}_1)^*$, $\bar{I}_2 = (\bar{S}_2/\bar{U}_2)^*$, proporcional a la potencia que *entregan* a la red.
- Todas las fuentes tienen un terminal común.

Los parámetros iniciales se introducen en los campos siguientes:

Parámetros de la red			
Tensión nominal red V	Tolerancia %	Máx: 138600 V Mín: 125400 V	Porcentaje de carga (%)
<input type="text" value="132000"/>	<input type="text" value="5"/>		<input type="text" value="100"/>
<input type="button" value="Borrar"/>	<input type="button" value="Datos"/>		Iter:8 <input type="button" value="Resuelve"/>

Fig. 71 Introducción de los datos generales de la red.

- Tensión nominal de la red (Fig. 71): usualmente la tensión compuesta o tensión entre fases, en voltios (V). En este caso figura 45 000, que es la tensión nominal de una red de 45 kV.
- Tolerancia (Fig. 71): el margen de sobre o subtensión admisible para cualquier nudo de la red, respecto de la tensión nominal, en tantos por ciento (%). En este caso se trata de $\pm 4.5\%$ sobre 45 kV, es decir, serán valores aceptables cualesquiera comprendidos entre 42 975 V y 47 025 V, incluidos estos.
- Porcentaje de carga (%): parámetro general que afecta a toda la red por igual y define cuánta demanda efectúan las fuentes respecto de la nominal indicada más abajo en el caso estudiado. Es útil para analizar la red bajo diferentes regímenes de carga con

rapidez.

Por defecto aparecen, al cargar la página, dos nudos, y se pueden alterar los campos editables que aparecen en la Fig. 72:

Nudos de la red						Añadir
Nudo	Carga (MVA)	Gener (MVA)	Tensión de nudo U (V)	Intensidad nudo I (A)	Potencia nudo S (MVA)	
1	0+0i	200+200i	142070+7185i			
2	20+15i	0	45000+0i			X

Fig. 72 En un navegador que accede por primera vez a la página web aparecen creados por defecto los nudos 1 y 2

- Carga (MVA): potencia aparente *absorbida* de la red por la fuente colocada en cada nudo, en MVA. La carga del ejemplo en el nudo 2 significa una demanda de 2.0 MW, con una componente reactiva de +1.5 Mvar. En el modelo el nudo 1 no admite carga y por eso su valor está atenuado. Tampoco admite generación, pese a representar una central, porque es el programa el que calcula su potencia.
- Gener (MVA): potencia aparente *entregada* a la red por la fuente colocada en cada nudo, en MVA. En el nudo 1 se anota ahí la potencia aparente nominal de la central de ese nudo. La potencia entregada es nula para el nudo 2, lo que lo convierte en demandante puro de energía.
- Tensión de nudo U (V): potencial de la fuente colocada en ese nudo, respecto del terminal común a todas las fuentes de la red, en V, multiplicados por $\sqrt{3}$ para indicar tensiones compuestas. Se puede fijar arbitrariamente para el nudo 1, y al resolver el problema aparecen las tensiones que impone la red a los demás nudos. En este caso, el nudo 2 estará a $132\angle 0^\circ$ kV si el nudo 1 se sitúa en $142.251\angle 2.893^\circ$ kV = $(142\ 070 + 7\ 180\ i)$ kV:

Nudos de la red						Añadir
Nudo	Carga (MVA)	Gener (MVA)	Tensión de nudo U (V)	Intensidad nudo I (A)	Potencia nudo S (MVA)	
1	0+0i	200+200i	142070+7185i	93.1 \angle -21.5°	22.9 \angle 24.4°	
2	20+15i	0	132000-15.35i	109.3 \angle 143.1°	25 \angle -143.1°	X

Fig. 73 Solución del problema con los valores calculados de las tensiones, intensidades y potencias aparentes de las fuentes de nudo.

- Intensidad de las fuentes del nudo I : intensidad, en A, que *entregan* las fuentes al nudo de la red al que están conectadas. Su valor aparece al resolver el problema: la fuente del nudo 1 entrega $93.1\angle -21.5^\circ$ A y la del del nudo 2 entrega $109.3\angle 143.1^\circ$ A.
- Potencia de las fuentes del nudo S : potencia aparente, en MVA, que *entregan* las fuentes al nudo de la red en la que están conectadas. Es otro valor que aparece después de resolver el problema. La potencia que *entrega* el nudo 2 aparece confirmada como -20+15 i MVA de carga introducidos en el campo de la izquierda. La que *entrega* la fuente del nudo 1, que hasta ahora no se conocía, es la necesaria para satisfacer la demanda más las pérdidas de la red. La potencia aparente *entregada* a la red por la fuente del nudo 1 es $20.9 + 9.47i$ MVA, es decir, 20.9 MW de potencia activa, con componente reactiva de 9.47 kvar. Como la única demanda activa son los 20 MW del nudo 2, las pérdidas de la red serán $20.9 + (-20) = 0.9$ MW.

La definición de la red se hace debajo de la tabla de los nudos, en la sección *Elementos de la red*. Para cada nudo añadido aparecerán los valores de las admitancias del modelo π que lo define, $\bar{y}_1, \bar{y}_2, \bar{y}_3$ en Ω^{-1} o siemens (S).

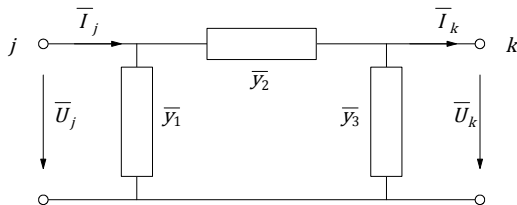


Fig. 74 Modelo en π de cada elemento de la red

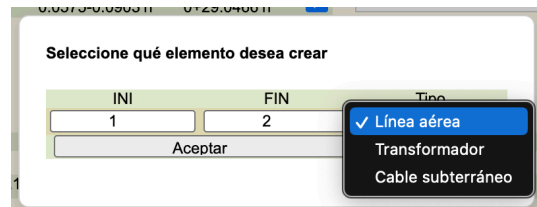


Fig. 75 Selector de tipo de elemento

Elementos de la red								
INI	FIN	Tipo	Sn elem (MVA)	Añadir	y_1 ($\times 10^{-6} \Omega^{-1}$)	y_2 (Ω^{-1})	y_3 ($\times 10^{-6} \Omega^{-1}$)	On Off
1	2	L1	25	<input type="checkbox"/>	0+199.07906i	0.00585-0.01286i	0+199.07906i	<input checked="" type="checkbox"/>

Fig. 76 Tabla para definir los elementos (ramas) de la red

Calculadora de parámetros de líneas aéreas
 Línea 1-2

Tipo conductor	Longitud (km)	Disposición conductor	Separación (mm)
100-AL1/17-ST1A	150	Simplex	450
Snom (MVA)	A->B (m)	B->C (m)	A->C (m)
25	4	4	8
Impedancia serie	29.30802+64.44308i Ω		
Admitancia paralelo	0+398.15811i $\times 10^{-6} \Omega^{-1}$		
Parámetros π	y_1 $\times 10^{-6} \Omega^{-1}$	y_2 Ω^{-1}	y_3 $\times 10^{-6} \Omega^{-1}$
	0+199.07906i	0.00585-0.01286i	0+199.07906i

Usar valores Cancelar

Fig. 77 Editor de líneas

Cada elemento es una rama entre dos nudos de la red denominados 'INI' y 'FIN'. Pueden ser líneas aéreas, cables subterráneos o transformadores.

Los parámetros se obtienen según las fórmulas explicadas en el tema anterior:

Calculadora de parámetros de transformadores
 Transformador 1-2

S_n (MVA)	U_{1n} (kV)	U_{2n} (kV)	u_{cc} (%)
20	45	45	10,0
$m (U_1/U_2)$	$\pm esc$ (%)		tap
0.9615385	1,0		4
Parámetros π	y_1 $\times 10^{-6} \Omega^{-1}$	y_2 Ω^{-1}	y_3 $\times 10^{-6} \Omega^{-1}$
	0-4108.6i	0-0.102716i	0+3950.6i

Usar valores Cancelar

Fig. 78 Editor de transformadores

- Impedancia en serie: $\bar{Z}_{jk} = R + j X_L$ en Ω . Su parte real es la *resistencia* de la línea y su parte imaginaria la *reactancia inductiva*, de valor $X_L = L \omega$, con L en H y $\omega = 2\pi 50 = 314$ (para una frecuencia de red de 50 Hz).
- Admitancia en paralelo: $\bar{y} = G + j B_C$ en Ω^{-1} . Su parte real es la *conductancia*, de valor $G = 0 \Omega^{-1}$, y la imaginaria es la *susceptancia capacitiva*, de valor $B_C = C \omega$, con C en F y $\omega = 2\pi 50 = 314$ (para una frecuencia de red de 50 Hz).
- Transformadores: descritos por su impedancia de cortocircuito $\bar{Z}_{cc} = \frac{u_{cc}}{100} \frac{\bar{U}_{2n}^2}{S_n}$, y la

relación de transformación $m = \frac{U_1}{U_2}$, que es modificada por el cambiador de tomas según la variación por el escalón (*esc*%) y la toma (*tap*) elegida $U_2 = U_{2n} \left(1 \pm tap \times \frac{esc\%}{100} \right)$

Pérdidas en la red: 0.9 MW
Rendimiento de la red: 99.55 %

Potencias entregadas a las líneas (MVA)

	[1]	[2]	lcc
[1]	----	20.9+9.47i	
[2]	-20-15i	----	

Intensidades de las líneas (A)

	[1]	[2]	lcc
[1]	----	93.1 ∠-21.5°	1310.2 ∠138.9°
[2]	109.3 ∠143.1°	----	570.6 ∠125.1°

Fig. 79 Pérdidas, rendimiento y tabla de resultados para las ramas de la red

Al lanzar el cálculo mediante el botón *Resuelve* se llama a un programa residente en el servidor web, programado para resolver el problema mediante el algoritmo iterativo de Gauss-Seidel en hasta 6000 iteraciones por intento.

Los resultados aparecen debajo de los *Elementos de la red*:

- *Pérdidas de la red*, en MW, por calentamiento de todos los elementos que hayan sido descritos mediante fasores con parte real no nula.
- *Rendimiento de la red (%)*: relación entre la potencia activa retirada de la red por las cargas (signo negativo) y la entregada a la red (signo positivo), en tantos por ciento y con hasta tres decimales de precisión: 99.55 %. Las pérdidas aparecen justo encima.
- *Potencias entregadas a las líneas (MVA)*: tabla de la potencia aparente que *entregan* las fuentes del nudo-*fila* al nudo-*columna* a través de la línea que los une, si existe. En la diagonal no aparecen valores porque no tiene sentido que un nudo se entregue potencia a sí mismo a través de la red.
- *Intensidades de las líneas (A)*: intensidad que sale del nudo-*fila* hacia el nudo-*columna*. No hay valor si la línea no existe, ni tampoco en la diagonal. También aparece la intensidad de cortocircuito trifásico (ver Tema 5) en cada nudo-*fila*.

En la representación gráfica de la solución, que aparece automáticamente si el navegador soporta HTML5, figuran en colores todos los valores anteriores.

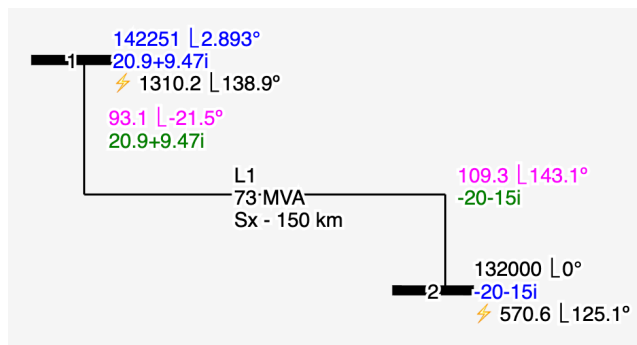


Fig. 80 Representación gráfica automática de los resultados del problema

- Si la tensión aparece en color azul es que su módulo supera por exceso el umbral admisible fijado para toda la red.
- Si aparece en color rojo es porque ocurre lo contrario, y resulta más baja que el mínimo tolerable en la red.
- En color gris, la tensión está dentro del rango admisible.
- Cuando un elemento de la red (línea aérea, cable subterráneo, transformador) aparece en rojo es porque soporta un flujo de potencia superior a su potencia nominal.

- Si alcanzado el límite de iteraciones la red no tiene solución, el fondo se vuelve rojizo.

2.2 Signos algebraicos

Cuando la potencia que la fuente de la derecha *entrega* a la red (Fig. 81) tiene su parte real positiva, entonces efectivamente entrega potencia activa. Y según sea el signo de su parte imaginaria entrega potencia reactiva (+) o capacitiva (-):

$$\bar{S}_{entr} = \bar{V} \bar{I}^* = P_{entr} + j Q_{entr}$$

Decir que la parte real y la imaginaria de la potencia aparente son positivas es lo mismo que decir que su argumento está comprendido entre 0° y 90° , o que está entregando potencia activa y reactiva. La potencia que *entrega* el nudo 1 en la Fig. 80 es de ese tipo:

$$\begin{aligned} \bar{S}_{entr(1)} &= \sqrt{3} \bar{U}_1 \bar{I}_1^* = \sqrt{3} \times 142\,251 \angle 2.893^\circ \times 93.1 \angle -(-21.5)^\circ = 22.94 \angle 24.5^\circ \text{ MVA} = \\ &= (20\,900 + j\,9\,470) \text{ kVA} = P_{entr(1)} + j Q_{entr(1)} \end{aligned}$$

y la que *entrega* el nudo 2 es negativa (luego es una demanda, una carga):

$$\begin{aligned} \bar{S}_{entr(2)} &= \sqrt{3} \bar{U}_2 \bar{I}_2^* = \sqrt{3} \times 132\,000 \angle 0^\circ \times 109.3 \angle -143.1^\circ = 25.0 \angle -143.1^\circ \text{ MVA} = \\ &= (-20\,000 - j\,15\,000) \text{ kVA} = P_{entr(2)} + j Q_{entr(2)} \end{aligned}$$

2.3 Cargas inductivas y capacitivas

Recuérdese del curso de Teoría de Circuitos que una carga tiene impedancia $Z \angle \varphi$ inductiva cuando la intensidad $I \angle b$ que la recorre está retrasada respecto de la tensión $V \angle 0^\circ$ que se le aplica, es decir, cuando $b < 0$ (negativo).

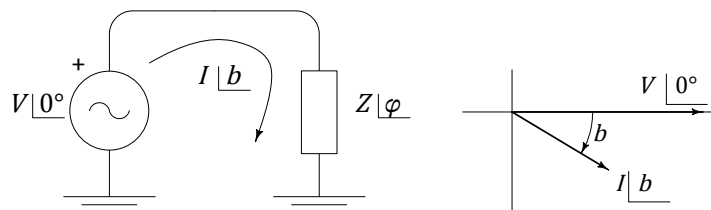


Fig. 82 La carga tiene una impedancia Z inductiva cuando $b < 0$ (negativo)

Esa impedancia vale, por tanto:

$$\bar{V} = \bar{Z} \bar{I} \quad V \angle 0^\circ = Z \angle \varphi I \angle b \quad Z \angle \varphi = \frac{V \angle 0^\circ}{I \angle b} = \frac{V}{I} \angle -b$$

y como $b < 0$, $\varphi > 0$, es decir, tiene un argumento positivo. Como nota mental conviene recordar que la impedancia de la carga en este ejemplo siempre tiene el argumento opuesto al de la intensidad.

La potencia \bar{S}_f que entrega la fuente a esa carga inductiva tiene ese mismo argumento positivo que la impedancia de la carga. En efecto $\varphi = -b$:

$$S_f|_{\varphi} = \bar{V} \bar{I}^* = V|_{0^\circ} I|_{-b} = V I|_{-b}$$

y como $b < 0$, $\varphi > 0$. Así pues, las dos componentes cartesianas de esa potencia $\bar{S}_f = P_f + j Q_f$ han de ser positivas.

En el ejemplo de la Fig. 80 la fuente del nudo 1 entrega al conjunto de la línea y de la carga una potencia aparente de $\bar{S}_1 = P_1 + j Q_1 = 20.9 + j 9.47$ MVA, lo que significa que la línea más los 20 + j 15 MVA de la carga, que también es inductiva, son un conjunto de impedancia inductiva.

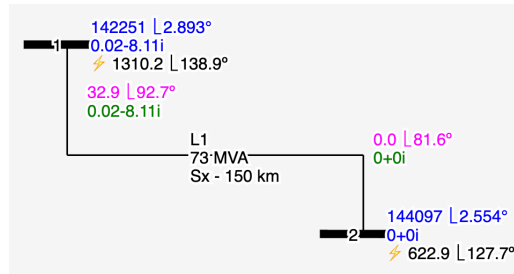


Fig. 83 Para la central en 1 la línea de la Fig. 80 en vacío es una carga capacitiva

En vacío, es decir, cuando la carga en el nudo 2 vale cero (Fig. 83), la fuente del nudo 1 entrega a la línea únicamente la potencia que la propia línea absorbe $\bar{S}_1 = P_1 + j Q_1 = 0.02 - j 8.11$ MVA. Que la parte imaginaria sea negativa significa que la línea es un receptor de impedancia capacitiva. Esto se debe a la susceptancia capacitiva de la línea que en el tema anterior asignamos a sus parámetros transversales del modelo en pi ($\bar{y}_1 = \bar{y}_3 = \frac{G}{2} + j \frac{C\omega}{2}$ con $G = 0$). En los apartados siguientes veremos otros efectos por esta misma causa.

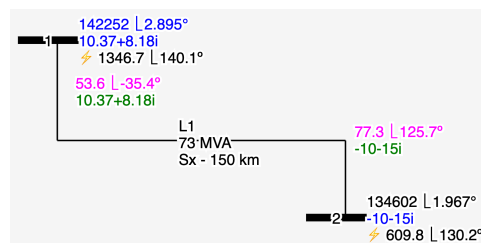
Se puede añadir generación y cargas capacitivas o inductivas al nudo 2 del ejemplo anterior empleando el campo editable de la columna 'Genr(MVA)'. Tan solo hay que tener en cuenta que los valores introducidos tendrán el signo opuesto a los del campo 'Carga(MVA)'.

Las figuras siguientes son un ejemplo de cada cosa. En todas ellas se parte de una carga inductiva en el nudo 2 de 20+j15 MVA (Fig. 80):

Una central que aporte 10 MW al nudo 2 (Fig. 84) contribuye a elevar la tensión de ese nudo 2 y reduce la potencia activa que debe proporcionar la central del nudo 1. La línea transporta menos potencia y, por ello, son menores también las pérdidas en ella. El conjunto de línea+carga+central del nudo 2 sigue siendo una carga inductiva para la central del nudo 1.

Nudos de la red						
Nudo	Carga (MVA)	Genr (MVA)	Tensión de nudo U (V)	Intensidad nudo I (A)	Potencia nudo S (MVA)	Añadir
1	0+0i	200+200i	142070+7185i	53.6 L-35.4°	13.2 L38.3°	<input type="checkbox"/>
2	20+15i	10	134523+4619i	77.3 L125.7°	18 L-123.7°	<input checked="" type="checkbox"/>

Fig. 84 Se añaden 10 MW de generación al nudo 2. La central del nudo 1 soporta una carga inductiva



Una batería de condensadores de 132 kV es una carga capacitiva prácticamente pura. Conectada en el nudo 2 y por valor de 10 Mvar (Fig. 85) eleva la tensión de dicho nudo y cambia el carácter del conjunto línea+carga+condensadores, que pasa a ser capacitivo, ya que la central le aporta 20.63-j1.39 MVA. La subida de tensión del nudo 2 respecto del nudo 1 es característica de líneas que representan cargas capacitivas, y se explica en el apartado 2.5, pág. 114 para el caso de líneas en vacío, donde

ocurre siempre.

Nudos de la red						
Nudo	Carga (MVA)	Genr (MVA)	Tensión de nudo U (V)	Intensidad nudo I (A)	Potencia nudo S (MVA)	Añadir
1	0+0i	200+200i	142070+7185i	83.9 ∠ 6.8°	20.7 ∠ -3.9°	<input type="checkbox"/>
2	20+15i	0+10i	137078-1878i	86.8 ∠ 165.2°	20.6 ∠ -166°	<input checked="" type="checkbox"/>

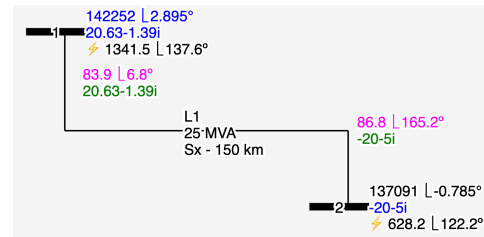


Fig. 85 Se añade una carga de 10 Mvar capacitivos al nudo 2

Si en lugar de condensadores se añade una reactancia al nudo 2 (Fig. 86) su tensión baja porque el conjunto línea+carga+reactancia se hace aún más inductivo. Sin embargo, la intensidad al final de la línea es mayor que al principio, lo que se explica en el apartado siguiente.

Nudos de la red						
Nudo	Carga (MVA)	Genr (MVA)	Tensión de nudo U (V)	Intensidad nudo I (A)	Potencia nudo S (MVA)	Añadir
1	0+0i	200+200i	142070+7185i	123.2 ∠ -41.7°	30.4 ∠ 44.6°	<input type="checkbox"/>
2	20+15i	0-10i	126387+1823i	146.2 ∠ 129.5°	32 ∠ -128.7°	<input checked="" type="checkbox"/>

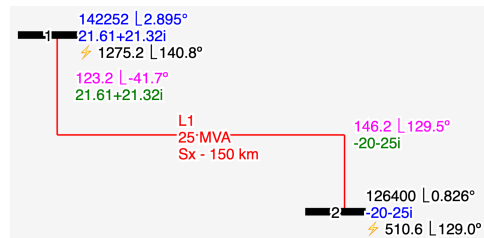


Fig. 86 Se añade una carga de 10 Mvar inductivos al nudo 2

2.4 Intensidades mayores al final de las líneas

Resulta llamativo el valor eficaz de las intensidades que entregan ambas fuentes a la línea en la Fig. 80 (y también ocurre en la Fig. 86): un amperímetro situado junto al nudo 1 marcará 93.1 A, pero otro colocado junto al nudo 2 marcará bastante más intensidad, 109.3 A. El análisis fasorial muestra la razón:

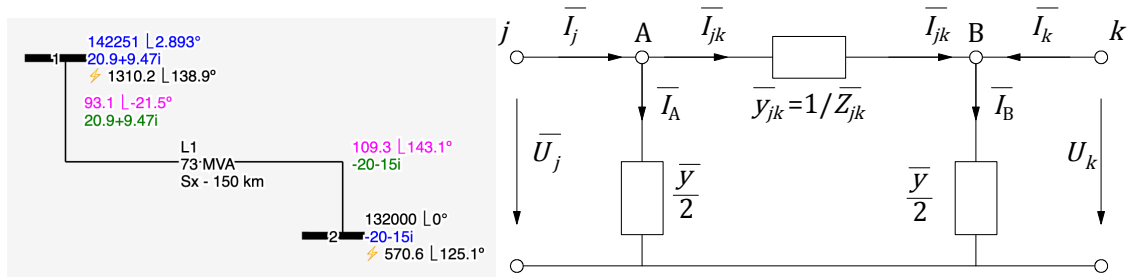


Fig. 87 Línea del ejemplo y modelo de la línea con indicación de las intensidades que confluyen en los nudos A y B.

La primera ley de Kirchoff da, para los nudos A y B, que:

$$\left. \begin{aligned} \bar{I}_j &= \bar{I}_A + \bar{I}_{jk} \\ \bar{I}_{jk} &= \bar{I}_B - \bar{I}_k \end{aligned} \right\} \bar{I}_j = \bar{I}_A + (\bar{I}_B - \bar{I}_k); \quad \bar{I}_k = (\bar{I}_A + \bar{I}_B) - \bar{I}_j$$

Teniendo en cuenta que las intensidades que se derivan a través de las capacidades de la línea (\bar{I}_A e \bar{I}_B) tienen un argumento de 90° en adelante respecto a sus respectivas tensiones, la ecuación anterior corresponde al diagrama fasorial de la Fig. 88, donde se aprecia claramente que el módulo de \bar{I}_k es bastante mayor que el de \bar{I}_j .

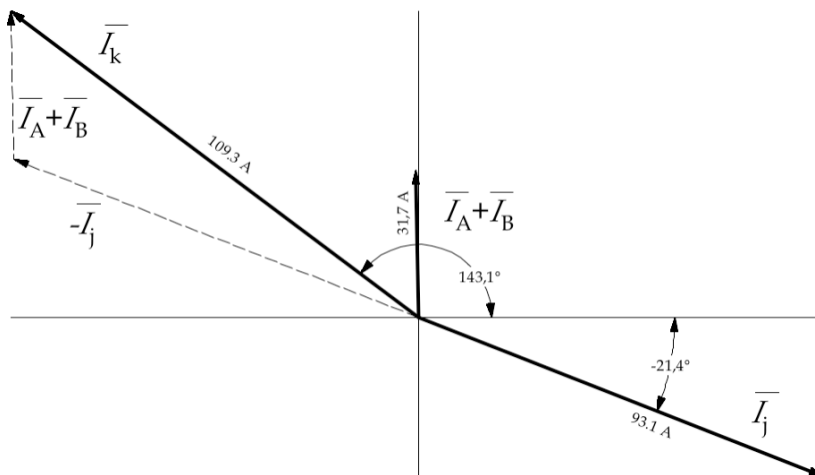


Fig. 88 Representación de los fasores de las intensidades de la Fig. 80 con los resultados numéricos del problema de la Fig. 73.

2.5 Tensiones de líneas en vacío o con poca carga

Cuando la línea del ejemplo está desconectada de la carga en 2, pero sí está conectada a la central en el extremo 1, se dice que la línea está *en tensión* pero funcionando *en vacío*.

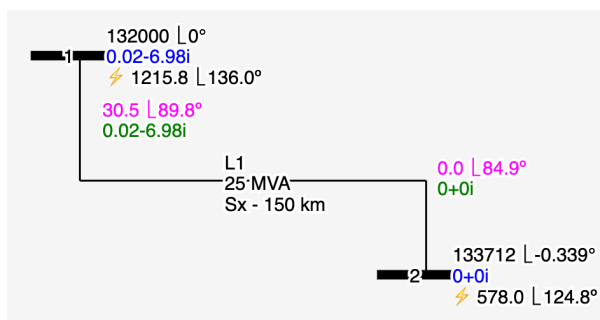


Fig. 89 Línea en tensión pero funcionando sin carga, en vacío.

En ese caso se observa que la tensión al final de la línea, que es por sí sola una carga muy capacitiva, es muy superior a la que tiene al inicio de ella, y que el desfase entre la tensión y la intensidad de la línea medido en la central es del orden de 90°, lo que debe recordarse al programar los relés de protección de sus alternadores.

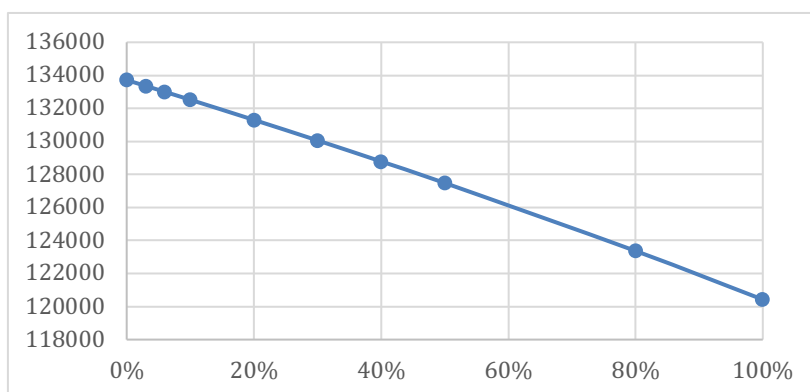


Fig. 90 Tensión en V al final de la línea del ejemplo según el porcentaje de la carga que transporta

Cuando la línea va soportando más carga, la tensión al final va disminuyendo a medida que la caída de tensión en ella, debida a la intensidad creciente a través de su impedancia serie

inductiva, aumenta.

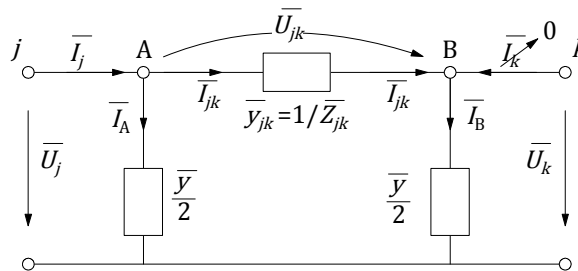


Fig. 91 La caída de tensión en la línea, proporcional a la carga que transporta, se debe a su impedancia serie

En efecto, puede verse en la Fig. 91, que la corriente \bar{I}_A derivada por la admitancia transversal $\frac{y}{2}$ solo depende de la tensión \bar{U}_j al inicio de la línea; que \bar{I}_B solo depende de la tensión \bar{U}_k al final de la línea, la cual suele ser parecida a \bar{U}_j y ambas son del orden de la tensión nominal de la red, es decir, varían muy poco respecto de ella. Por tanto, puede decirse que ambas corrientes, \bar{I}_A e \bar{I}_B , son características de la línea en sí. Cuando la línea está en vacío, solo absorbe \bar{I}_A e \bar{I}_B , es decir, $\bar{I}_j = \bar{I}_A + \bar{I}_B$ e $\bar{I}_{jk} = \bar{I}_B$, ya que $\bar{I}_k = 0$. Y como son intensidades debidas a las capacidades de la línea, la impedancia total de la línea en vacío es prácticamente capacitiva.

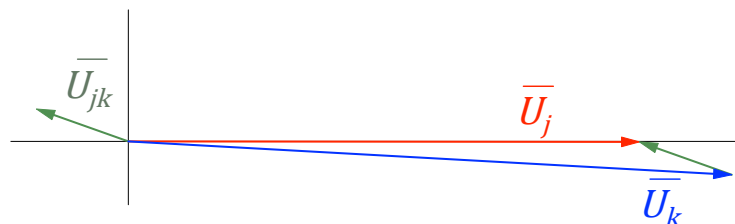


Fig. 92 Tensiones de la Fig. 91 con la línea en vacío

Cuando la línea transporta carga desde j hasta k , la corriente \bar{I}_{jk} es muchísimo mayor que antes, y la caída de tensión que causa, $\bar{U}_{jk} = \bar{Z}_{jk} \bar{I}_{jk} = \bar{I}_{jk} / \bar{y}_{jk}$, hace que $\bar{U}_k < \bar{U}_j$. Esto es así porque, por la ley de Kirchhoff de las tensiones, $\bar{U}_j = \bar{U}_{jk} + \bar{U}_k$.

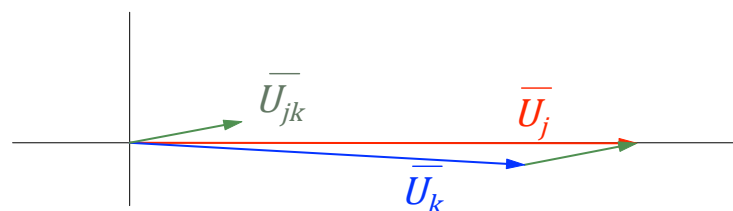


Fig. 93 Tensiones de la Fig. 91 con la línea suministrando carga de j a k

Este fenómeno hace más difícil mantener la tensión en todos los puntos de una red que está muy mallada, ya que las líneas tienden a estar menos cargadas y pueden vulnerarse los límites de funcionamiento por sobretensión.

2.6 Otros sistemas más complejos

La aplicación web puede resolver problemas de muchos nudos y muchas líneas, tan solo

sujeta a un límite de 6000 iteraciones por cálculo. Este límite es suficiente cuando la red está mallada y tiene solución, pero se supera (sin llegar a un resultado) cuando la red no lo está o no la tiene.

Así, la red de la Fig. 94 no aparece resuelta, lo que se sospecha porque el número de iteraciones efectuadas ha sido el máximo (aparece indicado como $iter: 6000$ bajo la primera tabla), y se comprueba cuando se comparan las potencias de las fuentes de nudo impuestas al programa (*Load* y *Gener* en la tabla de datos iniciales) y las calculadas al final del proceso iterativo (Potencia f. nudo *S* kVA), como se ve en la Fig. 95. El programa informa del error como

RED SIN SOLUCIÓN

Además de ese error puede haber otros, como que la central del nudo 1 carezca de la potencia aparente suficiente para suministrar toda la demanda de la red, incluidas sus pérdidas. El límite de dicha central se introduce para cada problema en el campo *Genr* (MVA) del nudo 1 (que en la Fig. 95 es de $200 + j 200$ MVA). Ahora aparecería en rojo un error diciendo

SOBRECARGA CENTRAL 1

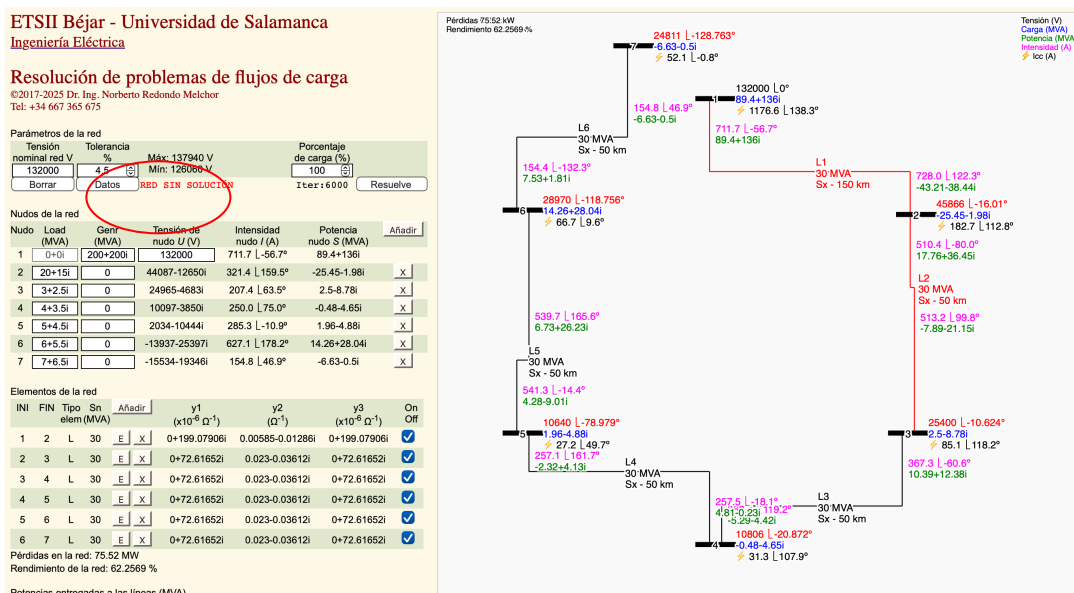


Fig. 94 Red sin solución.

Se superan las 6000 iteraciones y los resultados no convergen.

Nudo	Load (MVA)	Genr (MVA)	Tensión de nudo U (V)	Intensidad nudo I (A)	Potencia nudo S (MVA)	Añadir
1	0+0i	200+200i	132000	711.7 L-56.7°	89.4+136i	
2	20+15i	0	44087-12650i	321.4 L159.5°	-25.45-1.98i	X
3	3+2.5i	0	24965-4683i	207.4 L63.5°	2.5-8.78i	X
4	4+3.5i	0	10097-3850i	250.0 L75.0°	-0.48-4.65i	X
5	5+4.5i	0	2034-10444i	285.3 L-10.9°	1.96-4.88i	X
6	6+5.5i	0	-13937-25397i	627.1 L178.2°	14.26+28.04i	X
7	7+6.5i	0	-15534-19346i	154.8 L46.9°	-6.63-0.5i	X

Fig. 95 Si las potencias introducidas como dato en los nodos no coinciden con las potencias calculadas para ellos, el problema no está resuelto

En todos estos casos el fondo del espacio gráfico pasa de blanco a un tono rojizo. Ese color desaparece cuando lo hacen los errores.



2.7 Funcionamiento de la herramienta de cálculo (Flujos 060)

La aplicación web puede resolver el ejemplo representado en la Fig. 96. Es una red de 66 kV cuyas tensiones de nudo pueden oscilar $\pm 4.5\%$ alrededor de esa tensión:

$$63\ 030\text{ V} \leq U_i \leq 68\ 970\text{ V}$$

Se indican las longitudes de las líneas aéreas definidas como indica la Fig. 98.

Las cargas aparecen en MVA, en forma cartesiana, asociadas solo a los nudos 2, 4 y 6 mediante flechas salientes. En forma polar serían, para el nudo 2 por ejemplo:

$$\bar{S}_2 = \sqrt{4^2 + 3^2} \left[\arctg\left(\frac{3}{4}\right)^\circ \right] = 5 \left[36.87^\circ \right] \text{ MVA}$$

(5 MVA, $\cos \varphi = 0.80$)

Los dos transformadores se definen como en la Fig. 97. Tienen una relación de transformación 1:1, modificada por los cambiadores de tomas de los secundarios. Esos cambiadores permiten modificar la tensión secundaria en 9+9 escalones del 0.25% U_{2n} , es decir, $\pm \frac{0.25}{100} 66\ 000 = \pm 165 \frac{\text{V}}{\text{escalón}}$

S_n (MVA)	U_{1n} (kV)	U_{2n} (kV)	u_{cc} (%)
25	66	66	10,0
m (U_1/U_2)		$\pm\text{esc}$ (%)	tap
1		0,50	0

Fig. 97 Parámetros de los dos transformadores

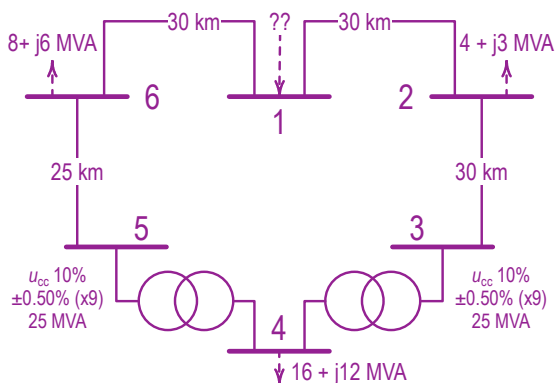
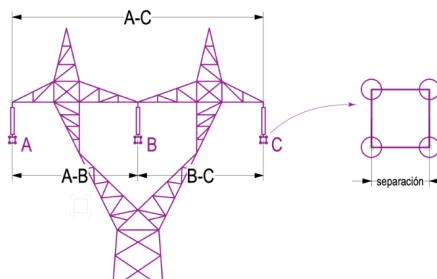


Fig. 96 Red de ejemplo de 6 nudos de 66 kV de tensión nominal



Tipo conductor	Longitud (km)	Disposición conductor	Separación (mm)
67-AL/11-ST1A	30	Simplex	450
S_{nom} (MVA)	A<->B (m)	B<->C (m)	A<->C (m)
28	2	2	4

Fig. 98 Líneas aéreas del ejemplo

ETSII Béjar - Universidad de Salamanca
 Ingeniería Eléctrica

Resolución de problemas de flujos de carga
 Aplicación para uso docente

Parámetros de la red			
Tensión nominal red V	Tolerancia %	Máx: 68970 V	Porcentaje de carga (%)
66000	4,5	Min: 63030 V	100
Borrar	Datos	Iter: 76	Resuelve

Nudo	Load (MVA)	Genr (MVA)	Tensión de nudo U (V)	Intensidad nudo I (A)	Potencia nudo S (MVA)	Añadir
1	0+0i	200+200i	66000	332.7 L-38.1°	29.95+23.44i	X
2	4+3i	0	62335-993i	46.3 L142.2°	-4-3i	X
3	0	0	59743-1607i	0.0 L-98.7°	0+0i	X
4	16+12i	0	57644-3988i	199.8 L139.2°	-16-12i	X
5	0	0	59488-1806i	0.0 L-68.5°	0+0i	X
6	8+6i	0	61425-1306i	94.0 L141.9°	-8-6i	X

INI	FIN	Tipo	S_n	y_1	y_2	y_3	On		
		elem (MVA)		($\times 10^{-6} \Omega^{-1}$)	(Ω^{-1})	($\times 10^6 \Omega^{-1}$)	Off		
1	2	L	28	E	X	0+43.06981i	0.03975-0.05489i	0+43.06981i	On
2	3	L	28	E	X	0+43.06981i	0.03975-0.05489i	0+43.06981i	On
3	4	T	25	E	X	0+0i	0-0.0573921i	0+0i	On
5	4	T	25	E	X	0+0i	0-0.0573921i	0+0i	On
5	6	L	28	E	X	0+35.89151i	0.0477-0.06586i	0+35.89151i	On
6	1	L	28	E	X	0+43.06981i	0.03975-0.05489i	0+43.06981i	On

Pérdidas en la red: 1.95 MW
 Rendimiento de la red: 99.0251 %

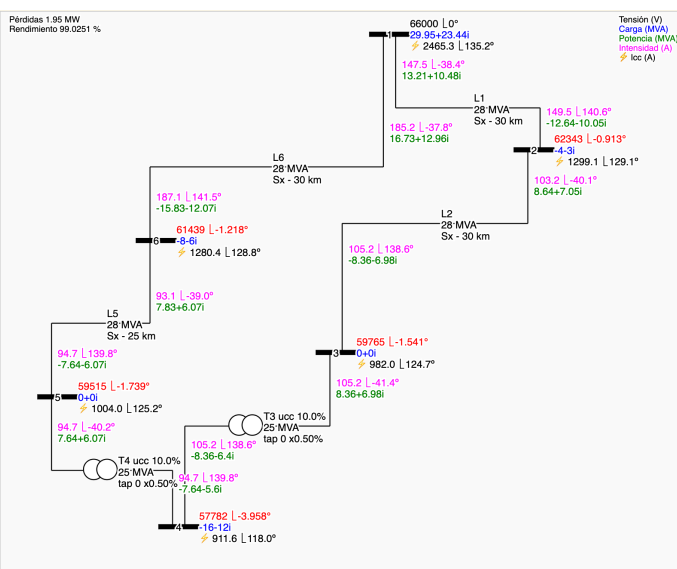


Fig. 99 Primera solución obtenida del estado de la red con la central 1 a la tensión nominal

Para el primer cálculo se asigna la tensión nominal al nudo 1 y se considera que el porcentaje de carga es del 100%. Los resultados muestran (Fig. 99) que todos los nudos están por debajo del margen permisible de 63 030 V y por eso aparecen en color rojo en el gráfico.

Si la central de nudo 1 elevara su tensión hasta el máximo permitido de 68 970 V la situación sería bien distinta (Fig. 100): casi todas las tensiones, salvo la del nudo 4, dentro del margen permitido de $\pm 4.5\% U_n$.

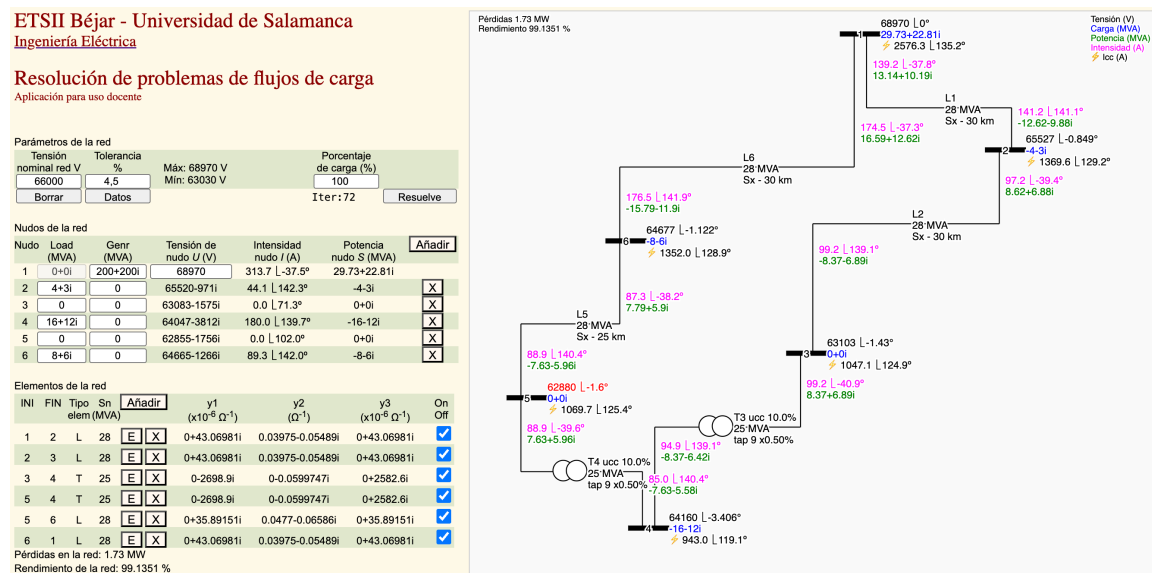


Fig. 100 Segunda solución, con la central del nudo 1 al máximo de tensión permitida

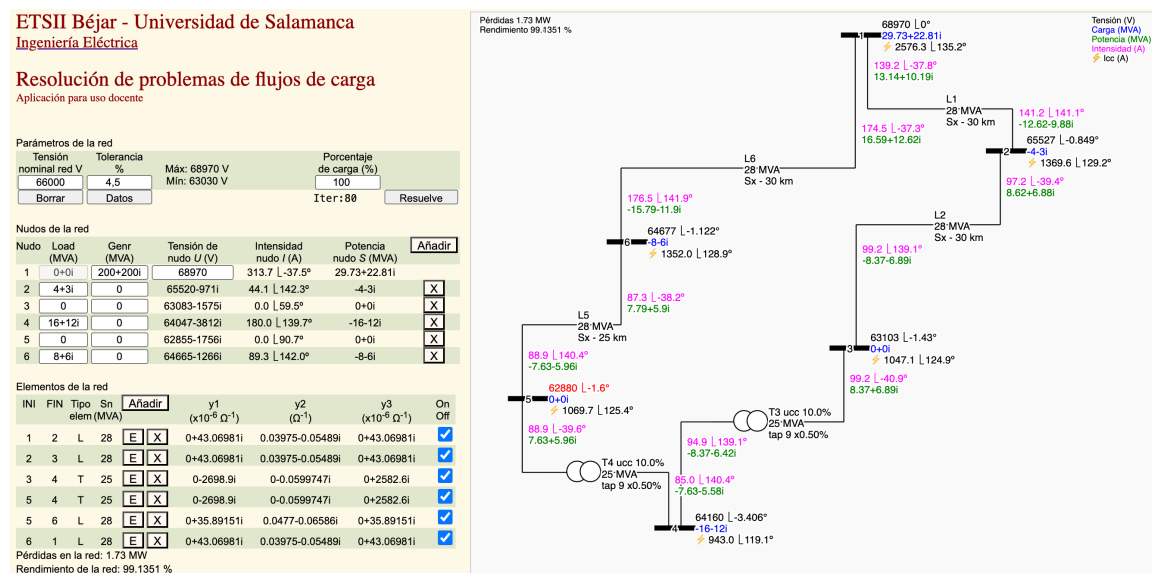


Fig. 101 Con los cambiadores de tomas en la posición +9 la tensión del nudo 4 solo llegará a 64.2 kV

Los reguladores en carga de los transformadores T3 y T4 intentarían corregir automáticamente esta situación. Suponiendo que actúan los dos igual y a la vez, para conseguir recuperar la tensión nominal de 66 kV en el nudo 4, ambos colocarían sus cambiadores de tomas en la posición +9, la máxima de su rango, y la situación sería la de la Fig. 101, donde no se consigue llegar a la tensión propuesta aunque sí dejarla dentro del rango permisible.

La herramienta web permite estudiar muchas otras variaciones del sistema, y deducir a partir



de ellas el comportamiento de los sistemas reales de potencia en corriente alterna.

A modo de ejemplo se puede calcular qué porcentaje de carga podría soportar la red sin que ninguno de sus elementos se sobrecargase si, por avería, se desconectara la L2 entre los nudos 2 y 3. Para simular esa desconexión basta desactivar la casilla correspondiente a la rama 2-3 de la tabla de Elementos de la red. El resultado sería el de la Fig. 102, donde aparece la L5 entre 1-6 en color rojo porque está sobrecargada.

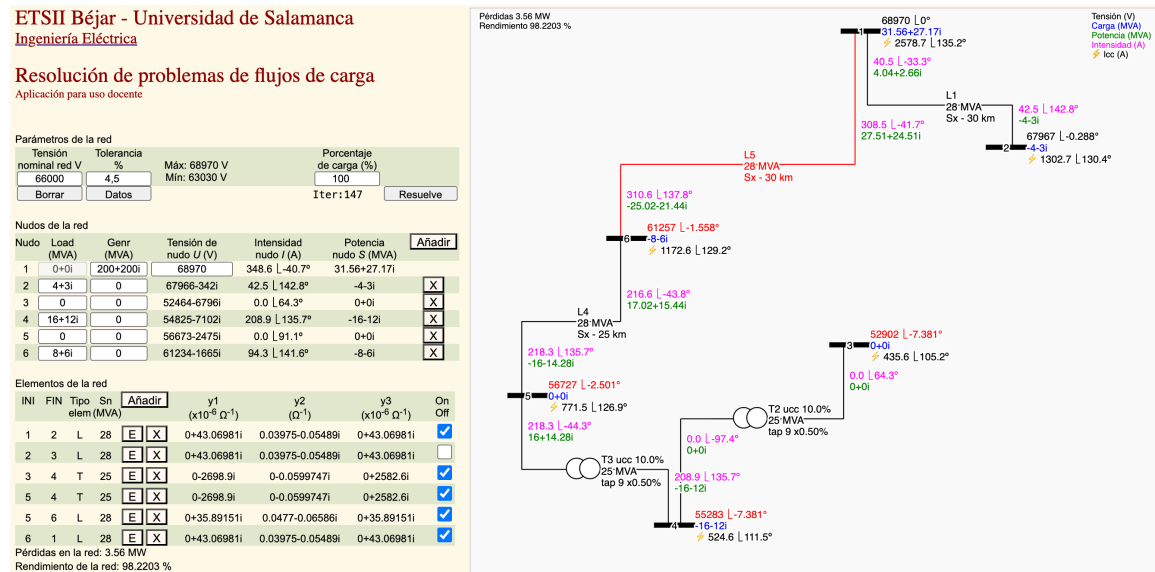


Fig. 102 Estado de la red a carga máxima tras la desconexión accidental de la línea L2

La sobrecarga se puede deducir de la carga que fluye del nudo 1 al 6 y leída en el gráfico, o en la fila 1, columna 6 de la tabla *Potencias entregadas a las líneas (MVA)*, y vale

$$27.51 + j 24.51 \text{ MVA} = 36.85 \angle 41.70^\circ \text{ MVA} > 28 \text{ MVA}$$

Potencias entregadas a las líneas (MVA)	[1]	[2]	[3]	[4]	[5]	[6]
[1]	----	4.04+2.66i	0+0i	0+0i	0+0i	27.51+24.51i
[2]	-4-3i	----	0+0i	0+0i	0+0i	0+0i
[3]	0+0i	0+0i	----	0+0i	0+0i	0+0i
[4]	0+0i	0+0i	0+0i	----	-16-12i	0+0i
[5]	0+0i	0+0i	0+0i	16+14.28i	----	-16-14.28i
[6]	-25.02-21.44i	0+0i	0+0i	0+0i	17.02+15.44i	----

Fig. 103 La potencia que [1] entrega hacia [6] se lee de la fila '1' columna '6'

El color rojo desaparece cuando la carga que fluye de [1] a [6] baja de 28 MVA. Probando valores sucesivamente es fácil de comprobar que esto ocurre para un 82% de la carga total de la red.

Nota importante (*disclaimer*):

Los resultados que se obtienen a partir de esta aplicación web son rigurosa aplicación de la teoría y métodos desarrollados en estos Apuntes, y han sido contrastados con aplicaciones comerciales de terceros y otras fuentes bibliográficas, por lo que los considero buenos. Pero la finalidad de esta herramienta es meramente docente y no me responsabilizo de los perjuicios que cualquier otro uso pudiera generar.

2.8 Cálculos con Mathematica®

2.8.1 Algoritmo general

El método iterativo de GAUSS-SEIDEL para resolución de sistemas de ecuaciones lineales puede implementarse también en Mathematica® mediante un algoritmo como el que se describe a continuación ⁽¹⁴⁾.

Comenzamos por preparar estéticamente la manipulación de números complejos:

```
Mostrar resultados en forma polar y cartesiana
(* Chop[_ , 0.001] muestra 0 por debajo de 10-3.
   EngineeringForm[abs, {∞, 2}] producirá un resultado de ∞ cifras de las
   que 2 siempre serán decimales. *)

Unprotect[Complex];
Complex /: MakeBoxes[Complex[a_, b_], StandardForm] := With[{
  Mod = EngineeringForm[Chop[Abs[Complex[a, b]], 0.001], {∞, 2}],
  Arg = NumberForm[Chop[Arg[Complex[a, b]], 0.001] / Degree, {∞, 2}],
  Re = EngineeringForm[Chop[a, 0.001], {∞, 4}],
  Im = EngineeringForm[Chop[b, 0.001], {∞, 4}, NumberSigns → {"-", "+"}],
  RowBox[{MakeBoxes[Mod], " |", MakeBoxes[Arg], " °\n", MakeBoxes[Re], MakeBoxes[Im], "j"}]};
Remove["Global`*"];
j = ⑆;
```

Ejecutando este código al empezar, cualquier número complejo se presentará tanto en forma polar como cartesiana. Por ejemplo:

$219\,999.9 - j\,165 \approx 220 \times 10^3 \angle 0^\circ$ aparecerá así

```
220. × 103 | 0 °
219.9999 × 103 - 165. j
```

A continuación programamos la solución genérica de cualquier problema de flujo de cargas, usando los algoritmos y siguiendo la notación vistas en las secciones precedentes, añadiendo para mayor claridad didáctica el símbolo '\$' a las variables que serán números complejos.

¹⁴ Mi mayor agradecimiento al profesor Dr. Roberto Carlos Redondo Melchor por la ayuda prestada para poner a punto y depurar.



```
(*Solución*)

(* Matriz de impedancias Y$ *)
Y$ = Table[0, {x, n}, {y, n}];

fRNSuma[mat$, Y$] := Module[{ma1$ = mat$, ma2$ = Y$},
  ma2$[[ma1$[[1, 1]], ma1$[[1, 1]]] += ma1$[[2, 1]];
  ma2$[[ma1$[[1, 1]], ma1$[[1, 2]]] += ma1$[[2, 2]];
  ma2$[[ma1$[[1, 2]], ma1$[[1, 1]]] += ma1$[[3, 1]];
  ma2$[[ma1$[[1, 2]], ma1$[[1, 2]]] += ma1$[[3, 2]];
  ma2$
];

For[i = 1, i ≤ nRamas, i++,
  Y$ = fRNSuma[rama$[i], Y$];
];

(* Tensiones de nudo *)
U$ = Table[U1$, {n}];
iter = 0;
While[iter < 3000,
  For[j = 2, j ≤ n, j++,
    iSum = 0;
    For[k = 1, k ≤ n, k++,
      If[j ≠ k, iSum += Y$[[j, k]] × U$[[k]];
    ];
    U$[[j]] =  $\frac{\text{Conjugate}[S\$[[j]] / U$[[j]] - iSum}{Y$[[j, j]}$ ;
  ];
  iter++;
];

(* Intensidades de nudo *)
I$ = Table[0, {n}];
For[j = 1, j ≤ n, j++,
  I$[[j]] = 0;
  For[k = 1, k ≤ n, k++, I$[[j]] += U$[[k]] × Y$[[j, k]];
];

(* Potencias de nudo *)
SNueva$ = U$ Conjugate[I$];

(* Flujo de cargas por las líneas *)
Ilin$ = Table[Table[0, n], n];
Slin$ = Table[Table[0, n], n];

For[i = 1, i ≤ nRamas, i++,
  j = rama$[i][[1, 1]];
  k = rama$[i][[1, 2]];
  yjk$ = -rama$[i][[2, 2]];
  ykj$ = -rama$[i][[3, 1]];
  ytkj$ = rama$[i][[2, 1]] + rama$[i][[2, 2]];
  ytkj$ = rama$[i][[3, 1]] + rama$[i][[3, 2]];

  Ilin$[[j, k]] = yjk$ (U$[[j]] - U$[[k]]) + ytkj$ U$[[j]];
  Ilin$[[k, j]] = ykj$ (U$[[k]] - U$[[j]]) + ytkj$ U$[[k]];

  Slin$[[j, k]] = U$[[j]] Conjugate[Ilin$[[j, k]]];
  Slin$[[k, j]] = U$[[k]] Conjugate[Ilin$[[k, j]]];
];

(* Resultados *)
Print["U(V)=", U$ // MatrixForm, " S(VA)=", SNueva$ // MatrixForm]
Print["Ilin(A)=", Ilin$ // MatrixForm]
Print["Slin(VA)=", Slin$ // MatrixForm]
```

La matriz de admitancias Y [n, n]$ tendrá de dimensión $n \times n$, y a la variable n se le asignará la cantidad de nudos de que se componga la red.

La función auxiliar fRNSuma compondrá la matriz de admitancias $Y$$ de toda la red a partir de las matrices m [3.2] de las redes de dos puertas que definen cada una de sus nRamas.$

La matriz de una rama contendrá, en su primera fila, los números de los nudos inicial y final a los que corresponda, y en las otras dos, las admitancias.

Las tensiones de nudo se obtienen mediante el algoritmo estudiado

$$\bar{U}_j^{(m+1)} = \frac{1}{\bar{Y}_{jj}} \left(\frac{\bar{S}_j^*}{\bar{U}_j^{(m)}} - \sum_{k=1}^{k < j} \bar{Y}_{jk} \bar{U}_k^{(m+1)} - \sum_{k > j}^{k=n} \bar{Y}_{jk} \bar{U}_k^{(m)} \right)$$

iterando 3000 veces.

Las intensidades de las fuentes nudo se confirman a partir de las tensiones

$$\bar{I}_j = (\bar{S}_j / \bar{U}_j)^* = \sum_{k=1}^n \bar{U}_k \bar{Y}_{jk}$$

Y las intensidades y potencias por las líneas se obtienen de

$$\bar{S}_{jk} = \bar{U}_j \bar{I}_{jk}^* = \bar{U}_j \left(\frac{\bar{U}_j - \bar{U}_k}{\bar{Z}_{jk}} + \bar{y}_{tkj} \bar{U}_j \right)^*$$

$$\bar{S}_{kj} = \bar{U}_k \bar{I}_{kj}^* = \bar{U}_k \left(\frac{\bar{U}_k - \bar{U}_j}{\bar{Z}_{jk}} + \bar{y}_{tkj} \bar{U}_k \right)^*$$

Este programa funcionará siempre como está, no será preciso modificarlo en ningún caso.

Ahora ya solo resta mostrar los resultados.

```
(*Ramas de la red*)
nRamas = 4.;

(* Transformador T1*)
Sn = 200. × 106; U1$ = 13 000; U2$ = 132 000; ucc =  $\frac{10.}{100}$ ;
Zcc$ = j ucc  $\frac{U2\$^2}{Sn}$ ; ycc$ =  $\frac{1}{Zcc\$}$ ; m$ =  $\frac{U1\$}{U2\$}$ ; mc$ = Conjugate[m$];
rama$[1] =  $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ \frac{ycc\$}{m\$ mc\$} - \frac{ycc\$}{mc\$} & \\ -\frac{ycc\$}{m\$} & ycc\$ \end{pmatrix}$ ;

(* Transformador T2*)
Sn = 100. × 106; U1$ = 132. × 103; U2$ = 20. × 103; ucc =  $\frac{8}{100}$ ;
Zcc$ = j ucc  $\frac{U2\$^2}{Sn}$ ; ycc$ =  $\frac{1}{Zcc\$}$ ; m$ =  $\frac{U1\$}{U2\$}$ ; mc$ = Conjugate[m$];
rama$[2] =  $\begin{pmatrix} 3 & 5 \\ \frac{ycc\$}{m\$ mc\$} - \frac{ycc\$}{mc\$} & \\ -\frac{ycc\$}{m\$} & ycc\$ \end{pmatrix}$ ;

(* Línea L1*)
L = 150; zL$ = j 0.35; zT$ = j 1. × 1099;
y1$ = y3$ =  $\frac{L}{2 zT\$}$ ; y2$ =  $\frac{1}{L zL\$}$ ;
rama$[3] =  $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ y1\$ + y2\$ & -y2\$ \\ -y2\$ & y2\$ + y3\$ \end{pmatrix}$ ;

(* Línea L2*)
L = 150; zL$ = j 0.35; zT$ = j 1. × 1099;
y1$ = y3$ =  $\frac{L}{2 zT\$}$ ; y2$ =  $\frac{1}{L zL\$}$ ;
rama$[4] =  $\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ y1\$ + y2\$ & -y2\$ \\ -y2\$ & y2\$ + y3\$ \end{pmatrix}$ ;

(* Nudos de la red*) n = 5.;
(*Tensión nudo 1 de la red*) U1$ = 13 000 * (1.16315 + j 0.52208);
(*Régimen de carga de la red: generadores(+) y cargas(-)*)
S$ = {0, 0, 0, -(80 + j 25) 106, 0};
```

Para resolver cualquier problema basta con asignar los datos de partida en su lugar correspondiente:

- Número de ramas de la red
- Definición de transformadores
- Definición de líneas
- Asignación de la tensión al nudo 1
- Número de nudos de la red
- Potencias demandadas de cada nudo de la red excepto del primero, que será un resultado de cálculo y se asignará como cero siempre.

Obsérvese que para cada elemento de la red en la figura de la izquierda, sólo deben modificarse los valores numéricos y no las fórmulas, que siempre serán las mismas.

Se pueden añadir tantos elementos como se necesite: solo es necesario repetir cada entrada completa con los valores que correspondan en cada caso.

El resultado aparecerá de esta forma:

$$U(V) = \begin{pmatrix} 16.57 \times 10^3 \angle 24.173^\circ \\ 15.121 \times 10^3 + 6.787 \times 10^3 j \\ 164.68 \times 10^3 \angle 22.732^\circ \\ 151.8857 \times 10^3 + 63.6345 \times 10^3 j \\ 145.46 \times 10^3 \angle 12.634^\circ \\ 141.9417 \times 10^3 + 31.816 \times 10^3 j \\ 132. \times 10^3 \angle 0^\circ \\ 131.9977 \times 10^3 - 2.5737 j \\ 22.04 \times 10^3 \angle 12.634^\circ \\ 21.5063 \times 10^3 + 4.8206 \times 10^3 j \end{pmatrix} \quad S(VA) = \begin{pmatrix} 106.86 \times 10^6 \angle 41.528^\circ \\ 80. \times 10^6 + 70.8479 \times 10^6 j \\ 0 \angle 104.201^\circ \\ 0 + 0 j \\ 0 \angle -103.931^\circ \\ 0 + 0 j \\ 83.82 \times 10^6 \angle -162.646^\circ \\ -80. \times 10^6 - 25. \times 10^6 j \\ 0 \angle 0^\circ \\ 0 + 0 j \end{pmatrix}$$

$$Ilin(A) = \begin{pmatrix} 0 & 6.45 \times 10^3 \angle -17.355^\circ & 0 & 0 & 0 \\ & 6.1539 \times 10^3 - 1.9232 \times 10^3 j & & & \\ 634.98 \angle 162.645^\circ & 0 & 634.98 \angle -17.355^\circ & 0 & 0 \\ -606.0674 + 189.409 j & & 606.0674 - 189.409 j & & \\ 0 & 634.98 \angle 162.645^\circ & 0 & 634.98 \angle -17.355^\circ & 0 \angle 0^\circ \\ & -606.0674 + 189.409 j & & 606.0674 - 189.409 j & 0 + 0 j \\ 0 & 0 & 634.98 \angle 162.645^\circ & 0 & 0 \\ & & -606.0674 + 189.409 j & & \\ 0 & 0 & 0 \angle 180.000^\circ & 0 & 0 \\ & & 0 + 0 j & & \end{pmatrix}$$



$$S_{lin}(VA) = \begin{pmatrix} 0 & 106.86 \times 10^6 \angle 41.528^\circ & 0 & 0 & 0 \\ & 80. \times 10^6 + 70.8479 \times 10^6 j & & & \\ 104.57 \times 10^6 \angle -139.913^\circ & 0 & 104.57 \times 10^6 \angle 40.087^\circ & 0 & 0 \\ -80. \times 10^6 - 67.3353 \times 10^6 j & & 80. \times 10^6 + 67.3353 \times 10^6 j & & \\ 0 & 92.37 \times 10^6 \angle -150.011^\circ & 0 & 92.37 \times 10^6 \angle 29.989^\circ & 0 \angle 0^\circ \\ & -80. \times 10^6 - 46.1677 \times 10^6 j & & 80. \times 10^6 + 46.1677 \times 10^6 j & 0 + 0 j \\ 0 & 0 & 83.82 \times 10^6 \angle -162.646^\circ & 0 & 0 \\ & & -80. \times 10^6 - 25. \times 10^6 j & & \\ 0 & 0 & 0 \angle -167.366^\circ & 0 & 0 \\ & & & & 0 + 0 j \end{pmatrix}$$

2.8.2 Ejemplo 01: línea 132 kV

Una línea de 100 km y 132 $\angle 0^\circ$ kV en su inicio tiene una impedancia serie de $(0.53 + j 0.5) \Omega$ y una admitancia en paralelo de $j 3 \cdot 10^{-6} \Omega^{-1}$. Si alimenta una carga resistiva pura de 1.0 MW colocada a su final, ¿a qué tensión lo hace?

```
(*Ramas de la red*)
nRamas = 1.;

(* Línea 132 kV 100 km*)
L = 100; zL$ = 0.35 + j 0.5; zT$ = 0 - j 1 / (3. * 10^-6);

y1$ = y3$ = L / (2 * zT$); y2$ = 1 / (L * zL$);

rama$[1] = [ 1 2
             y1$ + y2$ -y2$
             -y2$ y2$ + y3$ ];

(* Nudos de la red*) n = 2.;
(*Tensión nudo 1 de la red*) U1$ = 132 000. + j 0;
(*Régimen de carga de la red: generadores(+) y cargas(-)*)
S$ = {0, -(1 + j 0) 10^6};
```

$$U(V) = \begin{pmatrix} 132000. \\ 132.73 \times 10^3 \angle -0.466^\circ \\ 132.723 \times 10^3 - 1.0794 \times 10^3 j \end{pmatrix} \quad S(VA) = \begin{pmatrix} 5.33 \times 10^6 \angle -79.015^\circ \\ 1.0159 \times 10^6 - 5.2334 \times 10^6 j \\ 1. \times 10^6 \angle 180.000^\circ \\ -1. \times 10^6 + 0 j \end{pmatrix}$$

$$S_{lin}(VA) = \begin{pmatrix} 0 & 5.33 \times 10^6 \angle -79.015^\circ \\ & 1.0159 \times 10^6 - 5.2334 \times 10^6 j \\ 1. \times 10^6 \angle 180.000^\circ & 0 \\ -1. \times 10^6 + 0 j & \end{pmatrix}$$

$$I_{lin}(A) = \begin{pmatrix} 0 & 40.39 \angle 79.015^\circ \\ 7.53 \angle 179.534^\circ & 7.6959 + 39.6472 j \\ -7.534 + 61.2745 \times 10^{-3} j & 0 \end{pmatrix}$$

La definición del problema se lleva a cabo como se indica a la izquierda: una red de dos nudos y una sola rama definida como una línea de parámetros distribuidos en π .

El resultado lo proporciona la matriz de tensiones $U(V)$: para el nudo 2 se obtienen $132.73 \angle -0.466^\circ$ kV.

De la matriz de potencias $S(VA)$ se deduce que hay $1.0159 - 1.0 = 0.0159$ MW de pérdidas en la línea.

También puede verse que la red debe suministrar 5.33 MVA porque además de 1.016 MW para la carga (1.0 MW) y para la línea (0.016 MW), debe proporcionar 5.23 Mvar a la línea.

Los resultados son totalmente similares a los que ofrece el programa ETAP.

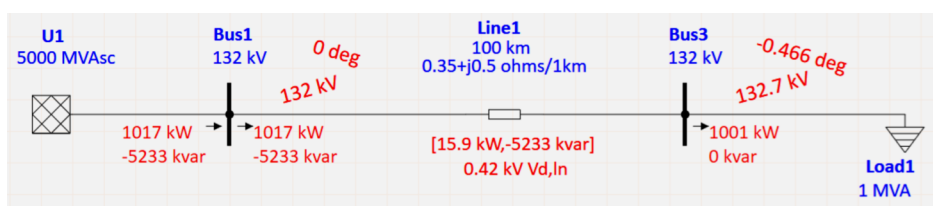


Fig. 104 Comprobación del modelo de línea mediante el programa ETAP

2.8.3 Ejemplo 02: transformador elevador de 200 MVA

En lugar de la línea del ejemplo anterior tenemos ahora un transformador de 200 MVA de potencia aparente nominal que eleva la tensión de 132 $\angle 0^\circ$ kV en su primario a 220 $\angle 0^\circ$ kV en su secundario. Si su impedancia de cortocircuito es del 15% y alimenta una carga puramente resistiva de 1 MW como antes, ¿qué potencia reactiva se solicita a la red?

```
(*Ramas de la red*)
nRamas = 1;

(* Transformador 200 MVA, 132  $\angle 0^\circ$ /220  $\angle 0^\circ$ , 15%*)
Sn = 200. * 106; U1$ = (132. - j 0.) 103;
U2$ = (220. + j 0) 103; ucc = 15 / 100;
Zcc$ = j ucc * U2$2 / Sn; ycc$ = 1 / Zcc$;
m$ = U1$ / U2$; mc$ = Conjugate[m$];
rama$[1] = [ [ 1 2 ]
             [ ycc$ / m$ mc$ - ycc$ / mc$ ]
             [ - ycc$ / m$ ycc$ ] ];

(*Generadores y cargas*)
U1$ = 132 000. + j 0;
n = 2.; (* Nudos *)
S$ = {0, -(1 + j 0.) 106, 0};
```

La definición del problema requiere que a una red de dos nudos se le asigne una sola rama definida como un transformador.

El resultado lo proporciona la matriz de potencias S (VA): la red entrega 1.0 MW y 750 var.

De nuevo los resultados coinciden con los obtenidos a través de ETAP.

$$U(V) = \begin{pmatrix} 132\,000. \\ 220. \times 10^3 \angle 0^\circ \\ 219.9999 \times 10^3 - 165. j \end{pmatrix} \quad S(VA) = \begin{pmatrix} 1. \times 10^6 \angle 0^\circ \\ 1. \times 10^6 + 750.0004 j \\ 1. \times 10^6 \angle -180.000^\circ \\ -1. \times 10^6 + 0 j \end{pmatrix}$$

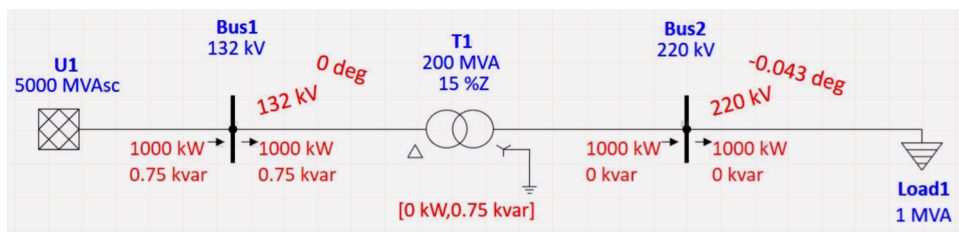


Fig. 105 Comprobación del modelo de transformador mediante el programa ETAP

3 TIPOS DE ANÁLISIS

3.1 Mantenimiento de la tensión

Para mantener la tensión en todos los puntos de la red dentro de un estrecho margen de oscilación, cualquiera que sea la carga demandada, los generadores adecúan la potencia aparente de sus centrales: inyectan más o menos intensidad, con más o menos desfase respecto de la tensión de su punto de conexión, para corregir las desviaciones de la tensión que miden en dicho punto de conexión.

El modelo de estudio expuesto hasta aquí permite simular este comportamiento, con la herramienta ya descrita, en todos los nudos excepto en el nudo 1, donde la compensación es automática. Así:

- En ausencia de otros generadores, el generador del nudo 1 asume el suministro de la potencia necesaria para abastecer todas las cargas de la red, incluidas las pérdidas, manteniendo la tensión en su punto de conexión al valor nominal que se fije.
- Como resultado, la tensión del resto de nudos tiende a ser menor, pues al ser puntos de consumo, la intensidad que transporta la potencia que absorben hace caer la tensión en la impedancia de las líneas. Pero se produce el efecto contrario, y se miden tensiones superiores, si las líneas están poco cargadas.

3.1.1 Alternadores de las centrales

Los generadores de las centrales contribuyen de forma *esencial* al control de las tensiones. La regulación la consiguen variando la potencia compleja $\vec{S} = P + jQ$ que entregan a la red:

- Actuando sobre la fuente de potencia primaria que mueve al alternador varían la potencia activa (parte real del fasor de la potencia compleja).
- Variando la intensidad en la excitación I_e de los alternadores, es decir, la corriente que crea el campo magnético en su rotor, se adelanta o atrasa la corriente \vec{I} inyectada a la red (se varía la parte imaginaria del fasor de la potencia compleja).

Quando se incrementa la potencia aplicada a la turbina que mueve el inductor (rotor) de un alternador, la fuerza electromotriz inducida en el estátor \vec{E}_0 se adelanta un ángulo δ respecto de la tensión de red \vec{V} . La diferencia entre ambos fasores es la tensión $\vec{E}_x = \vec{E}_0 - \vec{V}$, que da lugar a la circulación de la corriente \vec{I} por el inducido (estátor) y hacia la red, cuya intensidad depende de la inductancia síncrona jX_s de la máquina:

$$\vec{I} = \frac{\vec{E}_0 - \vec{V}}{jX_s} = j \frac{\vec{E}_x}{X_s}$$

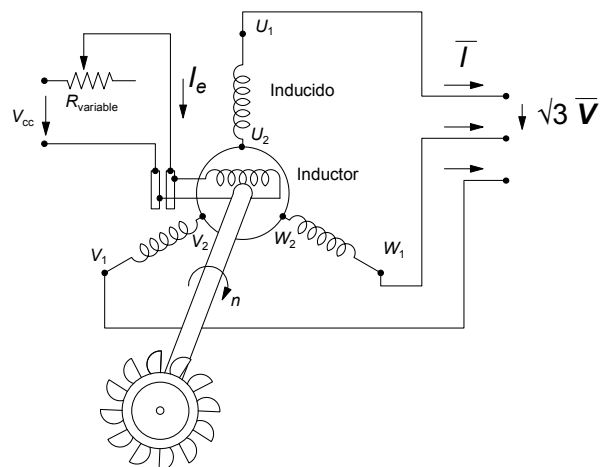


Fig. 106 Alternador síncrono movido por una turbina hidráulica

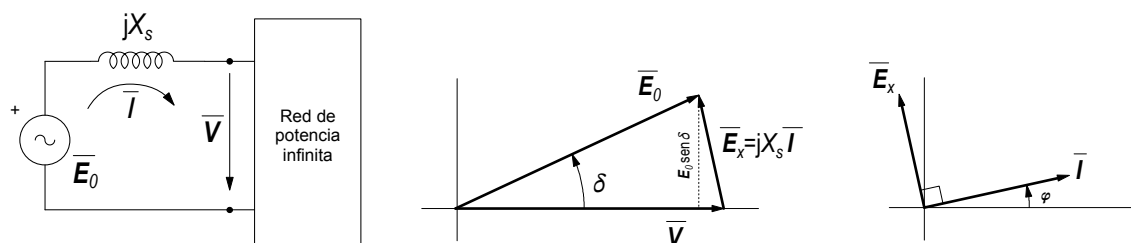


Fig. 107 Modelo del generador y significado del ángulo δ

Como se deduce de la anterior ecuación, \vec{I} estará retrasada 90° respecto de \vec{E}_x y así se representa en la Fig. 107.

La potencia compleja que entrega la máquina vale

$$\vec{S} = P + jQ = 3 \vec{V} \vec{I}^*$$

Como la tensión \vec{E}_0 inducida y la tensión de red \vec{V} son

$$\vec{E}_0 = E_0 \angle \delta = E_0 \cos \delta + j E_0 \text{sen} \delta; \quad \vec{V} = V \angle 0$$

la intensidad \vec{I} hacia la red será

$$\vec{I} = \frac{\vec{E}_0 - \vec{V}}{j X_s} = \frac{E_0 \cos \delta + j E_0 \text{sen} \delta - V}{j X_s} = \frac{(E_0 \cos \delta - V) + j E_0 \text{sen} \delta}{j X_s}$$

y su conjugada \vec{I}^* es el cociente de los conjugados del numerador y el denominador

$$\vec{I}^* = \frac{(E_0 \cos \delta - V) - j E_0 \text{sen} \delta}{-j X_s}$$

Por tanto, la potencia compleja queda

$$\begin{aligned} \vec{S} &= 3 \vec{V} \vec{I}^* = 3V \frac{(E_0 \cos \delta - V) - j E_0 \text{sen} \delta}{-j X_s} = \frac{3V(E_0 \cos \delta - V)}{-j X_s} + \frac{3VE_0 \text{sen} \delta}{X_s} = \\ &= \frac{3VE_0}{X_s} \text{sen} \delta + 3 \frac{VE_0 \cos \delta - V^2}{-j X_s} = \frac{3V}{X_s} E_0 \text{sen} \delta + j 3 \frac{VE_0 \cos \delta - V^2}{X_s} = P + jQ \end{aligned}$$

Luego la potencia que el generador aporta a la red es

$$P = \frac{3V}{X_s} E_0 \text{sen} \delta$$

y como es una máquina trifásica, en ese momento la potencia entregada a la red también será

$$P = 3VI \cos \varphi$$

Veamos ahora las posibilidades de regulación.

a) Potencia de la fuente primaria

Si se aumenta la potencia en la turbina, crece el ángulo δ , también su seno y, aunque E_0 se mantiene de magnitud constante, la potencia P entregada por el alternador aumenta. La intensidad \vec{I} se adelanta ligeramente respecto de la tensión \vec{V} porque φ también aumenta.

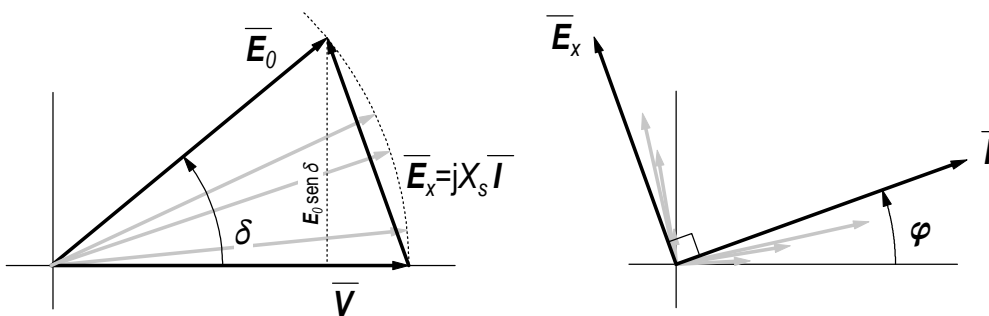


Fig. 108 Efecto de variar la potencia de la turbina sin modificar la intensidad de la excitación.

b) Intensidad de excitación

Si solo se modifica la intensidad de excitación I_e la tensión inducida en el estátor E_0 aumenta, pero como la potencia recibida desde la turbina no varía, no puede hacerlo tampoco la potencia entregada por el alternador, luego el ángulo δ respecto de la tensión de red \vec{V} debe adaptarse y disminuir. Esto fija la línea horizontal de puntos que se ve a continuación.

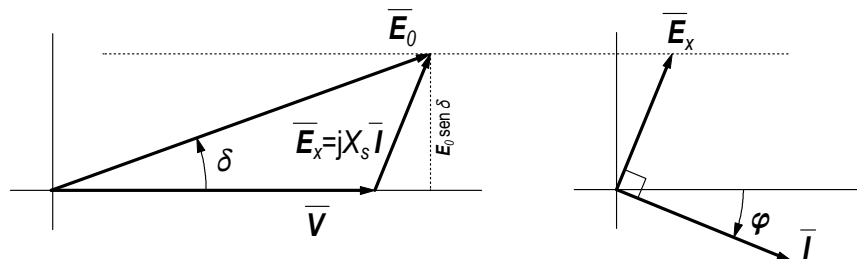


Fig. 109 Variación en la intensidad de excitación I_e

El efecto sobre la intensidad \vec{I} que inyecta el generador a la red ahora es muy importante: cambiar I_e es variar a voluntad el desfase entre la intensidad \vec{I} respecto de la tensión \vec{V} de la red, sin afectar a la potencia P que entrega el generador.

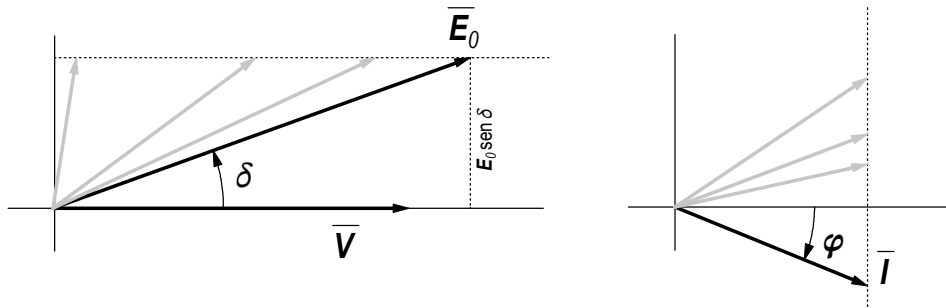


Fig. 110 Cambios producidos en la tensión e intensidad inducidas en el estátor al variar la intensidad de la excitación.

En el caso de que la turbina no entregue más potencia al alternador que la necesaria para vencer sus pérdidas (ángulo $\delta = 0$) variar la intensidad de la excitación permite obtener intensidades \vec{I} en el estátor desfasadas $\pm 90^\circ$ respecto de la tensión \vec{V} de la red. En este caso se dice que el alternador es un compensador síncrono.

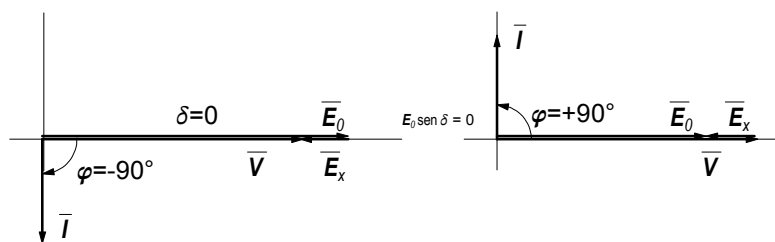


Fig. 111 Si la turbina no entrega potencia al alternador, variar la intensidad de excitación I_e sigue repercutiendo en el desfase de la intensidad hacia la red.

El compensador síncrono se comporta de manera similar a una reactancia trifásica ($\varphi \approx -90^\circ$) o a una batería trifásica de condensadores ($\varphi \approx +90^\circ$) conectada a la red: el compensador absorbe energía, que aumenta su velocidad, en cada cuarto de periodo en que la tensión tiende a un pico, y la entrega, lo que hace disminuir su velocidad, en cada cuarto de periodo desde cada pico de la tensión a cero. La sensación para las frecuencias habituales (50 Hz, por ejemplo) es de velocidad constante porque los intercambios son de un porcentaje muy pequeño respecto a su energía cinética.

Esa velocidad "casi constante" del compensador síncrono solo depende de la frecuencia, pues se acelera imperceptiblemente en los cuartos de periodo en que la tensión sube (es un receptor, un motor), y se decelera lo mismo en los que la tensión baja (es un generador). Si los picos de tensión aumentan (no demasiado para que no se pierda el sincronismo), la velocidad no cambia: el compensador solo almacenaría un poquito más de energía cinética cuando la tensión va hacia los picos (dos veces en cada periodo), que es la que cede cuando la tensión tiende a cero (dos veces en cada periodo). Esta es toda la aceleración del compensador. Si por alguna razón girara a más o menos velocidad que le hiciera perder el sincronismo con la frecuencia de la fuente de energía, el sistema dejaría de funcionar.

Resumiendo lo visto, volvemos al principio:

- La única manera de modificar la potencia P que entrega el generador a la red es cambiando la potencia aplicada a su turbina.
- Para cambiar el desfase (retraso o adelanto) de la intensidad \vec{I} que inyecta el alternador a la red respecto de la tensión \vec{V} de ésta, se actúa modificando la intensidad de excitación I_e del generador. Este cambio modifica la parte imaginaria jQ de la potencia compleja del alternador pero no altera la parte real P .

Al modificar tanto P como Q los generadores contribuyen a regular la tensión de la red en las proximidades del nudo al que están conectados. El límite en P se alcanza cuando la turbina no puede proporcionar ya más potencia, y en Q cuando la intensidad \vec{I} alcanza el valor máximo de la máquina.

3.1.2 Transformadores reguladores

En muchos lugares de la red se emplean transformadores con cambiadores de tomas en carga, controlados por un relé, que modifican hasta 20 000 veces por año la relación de transformación (una maniobra cada 25 minutos de media aproximadamente). Mediante el cambio de tomas se puede modificar la tensión de la red en escalones discretos, tantos como tomas distintas tenga la máquina. Esto se hace tanto a nivel de la red de transporte en muy alta y alta tensión, como a nivel de la red de distribución en media y baja tensión. También los transformadores elevadores de la salida de las centrales incorporan elementos de este tipo. Todos ellos deben actuar coordinadamente para lograr mantener la tensión estable, dentro de los márgenes propios de cada nivel de tensión.

El control del flujo de cargas suele incorporar como variable de cálculo, en el modelo eléctrico, la relación de transformación. La solución del modelo permite seleccionar la posición del cambiador de tomas más adecuada para cada caso.

Calculadora de parámetros de transformadores			
S_n (MVA)	U_{1n} (kV)	U_{2n} (kV)	u_{cc} (%)
20	45	45	10,0
m (U_1/U_2)		$\pm esc$ (%)	tap
0.9615385		1,0	4
Parámetros π			
y_1	y_2	y_3	
$\times 10^{-6} \Omega^{-1}$	Ω^{-1}	$\times 10^{-6} \Omega^{-1}$	
0-4108.6i	0-0.102716i	0+3950.6i	
Usar valores		Cancelar	

Fig. 112 Definición de un transformador y de la posición (tap) de su cambiador de tomas del secundario

3.2 Nuevas líneas y desarrollo de la red



Fig. 113 Línea en proceso de duplicación.
El apoyo admitirá tres cables más.



Fig. 114 Protecciones en un tramo de línea durante el tendido de los nuevos cables sobre una carretera.

En ocasiones la caída de tensión en uno o varios nudos es excesiva. Esta situación puede ser corregida de varias maneras, entre las que se encuentra añadir más conductores por fase (línea *simplex* que pasa a *dúplex*, *tríplex* o *cuádruplex*) o la construcción de nuevas líneas que faciliten la llegada de la potencia a ese nudo.

3.3 Corrección del desfase entre tensiones e intensidades

Si las líneas o cables están frecuentemente en vacío o con muy poca carga, la tensión en su final se eleva. Para facilitar el control de la tensión de ese nudo final puede colocarse en paralelo una reactancia, cuya impedancia inductiva se añade a la capacitiva de la línea o cable, y la sobretensión se atenúa o desaparece.

Cuando líneas o cables están muy cargados ocurre lo contrario, y la tensión baja en su final. Las baterías de condensadores colocadas en ese punto ayudan a corregir esa caída de tensión en la autoinducción de las líneas.

3.4 Generación distribuida

La caída de tensión en un nudo puede corregirse también disminuyendo la carga o incorporando más generación. El primer método está fuera de las consideraciones de los análisis de carga, porque una de las hipótesis de partida suele ser que la demanda es una prerrogativa de los consumidores, que tienen libertad de decisión sobre ella, y la red raras veces puede influir. Por ello cobra fuerza el segundo, que da pie a hablar de generación distribuida:

- Para corregir la baja tensión calculada en algún punto, es posible incorporar en él a un generador. En este caso, la potencia se introduce en la herramienta de cálculo manualmente, y el ajuste para recuperar en ese nudo el valor de la tensión nominal de la red debe hacerse como en la realidad, es decir, mediante prueba y error.
- La introducción de más generación a menudo plantea el problema contrario: cuando

la carga de la red baja, deja de ser interesante, e incluso deja de ser posible, incorporar la inyección de potencia extra a la red, pues la tensión tiende a subir por encima de los límites aceptables.

En España rigen los criterios de la circular 1/2021 de la CNMC (*Resolución de 20 de mayo de 2021, de la Comisión Nacional de los Mercados y la Competencia, por la que se establecen las especificaciones de detalle para la determinación de la capacidad de acceso de generación a la red de transporte y a las redes de distribución*) que determinan las condiciones para autorizar la conexión de centrales *no gestionables* a la red de distribución así:

Una central es *no gestionable* si no atiende a órdenes de despacho eléctrico y no puede, por tanto, variar la potencia entregada a la red según instrucciones del operador del sistema (REE, Red Eléctrica de España).

Las centrales eólicas y fotovoltaicas son *módulos de parque eléctrico* (MPE ¹⁵), es decir, centrales no gestionables.

Se autorizará su conexión a una red de distribución realizando un estudio concreto de cada punto teniendo en cuenta los siguientes aspectos (art. 3.2 del Anexo II de la circular citada):

- a) Respetar las autorizaciones ya concedidas.
- b) El estado actual y planificado (futuro) de la red eléctrica.
- c) El consumo mínimo simultáneo previsto, que si no se conoce, se estimará como el 55% de la demanda máxima, descontando la potencia no gestionable ya autorizada.
- d) Que la desconexión brusca de la nueva central no origine una alteración de la tensión en su nudo y en nudos próximos de $\pm 2.5\% U_n$.



PUNTOS DE CONEXIÓN POSIBLES SEGÚN TENSIÓN Y POTENCIA DE LA NUEVA CENTRAL (MPE)

La norma también *recomienda* que puntos de conexión deben otorgarse a los solicitantes en función de la potencia y la tensión de la central que plantean construir.

Según la tabla, una central de 5 MW a 45 kV debería conectarse a una nueva posición en una subestación existente.

U_n (kV)	En línea existente a partir de (MW)	Nueva posición en ST a partir de (MW)	Nueva posición en ST hasta (MW)
132 - 110	12	10	100
66	10	6	60
55 - 50	10	5	50
45	7	4	40
30	2	4	30
24 - 25	--	4	20
20	--	4	15
1 - 15	--	4	10

¹⁵ Definición de MPE de acuerdo a la definición del Reglamento (UE) 2016/631 que establece un código de red sobre requisitos de conexión de generadores a la red: "una unidad o un conjunto de unidades que genera electricidad, que está conectado de forma no síncrona a la red o que está conectado mediante electrónica de potencia, y que además dispone de un solo punto de conexión a una red de transporte, una red de distribución, incluidas las redes de distribución cerradas, o un sistema HVDC".



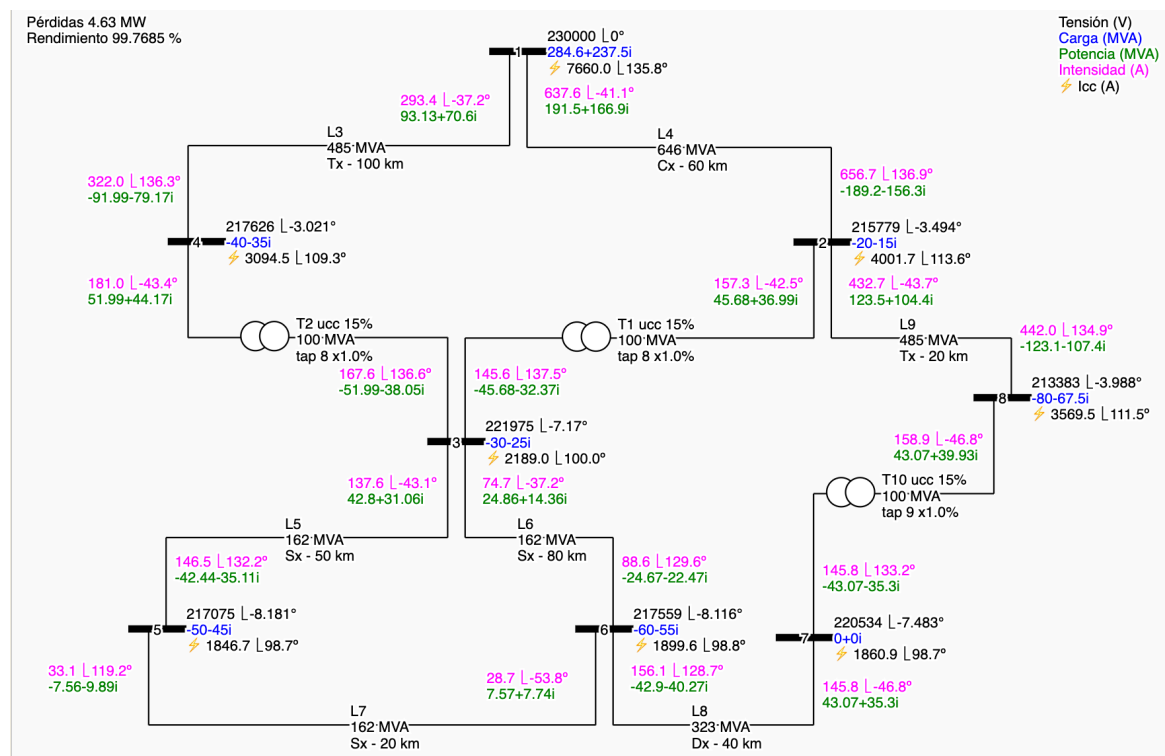
3.5 Ajustes de protecciones automáticas

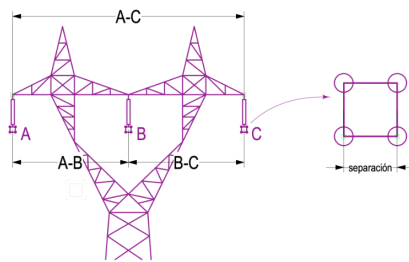
En sistemas poco mallados, como por ejemplo las islas, es necesario estudiar cómo prevenir “apagones” generalizados ante la eventualidad de que falle algún elemento crítico de la red, como un bloque generador, un transformador de potencia o una línea principal. Los análisis de flujos de carga son la herramienta ideal: se estudia el comportamiento de los demás elementos del sistema ante la ausencia de uno o varios de esos elementos críticos, y bajo diferentes regímenes de carga. Así se averiguan las sobrecargas que podrían tener que soportar los elementos no afectados por el incidente y considerar si las protecciones automáticas deben permitirlos o no. Con ello se puede configurar un sistema muy robusto frente a gran tipo de sucesos, en beneficio de la estabilidad del sistema y de los usuarios suministrados.

4 PROBLEMAS RESUELTOS

En las páginas que siguen se plantean y resuelven ejercicios de análisis fasorial de redes malladas de varios nudos con líneas y transformadores, empleando la herramienta de cálculo que se ha explicado en las secciones anteriores.

1. Sea la red de 220 kV $\pm 5.5\%$ de la figura, alimentada desde el nudo 1 con hasta $2000+j2000$ MVA. Las líneas son como se indica en la imagen correspondiente, y el cambiador de tomas de los transformadores es centrado de 11 escalones de $\pm 1\%$ U_n . Interprete todos los resultados numéricos que figuran en la imagen y en las dos tablas que la acompañan (*Potencias entregadas a las líneas e Intensidades de las líneas*).





Tipo conductor	Longitud (km)	Disposición conductor	Separación (mm)
147-AL1/34-ST1A	100	Triplex	450
Snom (MVA)	A<->B (m)	B<->C (m)	A<->C (m)
---	14	14	28

S_n (MVA)	U_{1n} (kV)	U_{2n} (kV)	U_{cc} (%)
100	220	220	15
	$m(U_1/U_2)$	$\pm esc$ (%)	tap
		1,0	8

Potencias entregadas a las líneas (MVA)

	[1]	[2]	[3]	[4]	[5]	[6]	[7]	[8]	ΣS_{jk}
[1]	----	191.5+166.9i	0+0i	93.13+70.6i	0+0i	0+0i	0+0i	0+0i	284.63+237.5i
[2]	-189.2-156.3i	----	45.68+36.99i	0+0i	0+0i	0+0i	0+0i	123.5+104.4i	-20.02-14.91i
[3]	0+0i	-45.68-32.37i	----	-51.99-38.05i	42.8+31.06i	24.86+14.36i	0+0i	0+0i	-30.01-25i
[4]	-91.99-79.17i	0+0i	51.99+44.17i	----	0+0i	0+0i	0+0i	0+0i	-40-35i
[5]	0+0i	0+0i	-42.44-35.11i	0+0i	----	-7.56-9.89i	0+0i	0+0i	-50-45i
[6]	0+0i	0+0i	-24.67-22.47i	0+0i	7.57+7.74i	----	-42.9-40.27i	0+0i	-60-55i
[7]	0+0i	0+0i	0+0i	0+0i	0+0i	43.07+35.3i	----	-43.07-35.3i	0+0i
[8]	0+0i	-123.1-107.4i	0+0i	0+0i	0+0i	0+0i	43.07+39.93i	----	-80.03-67.47i

Intensidades de las líneas (A)

	[1]	[2]	[3]	[4]	[5]	[6]	[7]	[8]	I_{cc}
[1]	----	637.6 \angle -41.1°	0.0 \angle -0.0°	293.4 \angle -37.2°	0.0 \angle -0.0°	0.0 \angle -0.0°	0.0 \angle -0.0°	0.0 \angle -0.0°	7660.0 \angle 135.8°
[2]	656.7 \angle 136.9°	----	157.3 \angle -42.5°	0.0 \angle -0.0°	0.0 \angle -0.0°	0.0 \angle -0.0°	0.0 \angle -0.0°	432.7 \angle -43.7°	4001.7 \angle 113.6°
[3]	0.0 \angle -0.0°	145.6 \angle 137.5°	----	167.6 \angle 136.6°	137.6 \angle -43.1°	74.7 \angle -37.2°	0.0 \angle -0.0°	0.0 \angle -0.0°	2189.0 \angle 100.0°
[4]	322.0 \angle 136.3°	0.0 \angle -0.0°	181.0 \angle -43.4°	----	0.0 \angle -0.0°	0.0 \angle -0.0°	0.0 \angle -0.0°	0.0 \angle -0.0°	3094.5 \angle 109.3°
[5]	0.0 \angle -0.0°	0.0 \angle -0.0°	146.5 \angle 132.2°	0.0 \angle -0.0°	----	33.1 \angle 119.2°	0.0 \angle -0.0°	0.0 \angle -0.0°	1846.7 \angle 98.7°
[6]	0.0 \angle -0.0°	0.0 \angle -0.0°	88.6 \angle 129.6°	0.0 \angle -0.0°	28.7 \angle -53.8°	----	156.1 \angle 128.7°	0.0 \angle -0.0°	1899.6 \angle 98.8°
[7]	0.0 \angle -0.0°	0.0 \angle -0.0°	0.0 \angle -0.0°	0.0 \angle -0.0°	0.0 \angle -0.0°	145.8 \angle -46.8°	----	145.8 \angle 133.2°	1860.9 \angle 98.7°
[8]	0.0 \angle -0.0°	442.0 \angle 134.9°	0.0 \angle -0.0°	0.0 \angle -0.0°	0.0 \angle -0.0°	0.0 \angle -0.0°	158.9 \angle -46.8°	----	3569.5 \angle 111.5°

Solución

Se representa una red de 8 nudos y 10 ramas, de las que 7 son líneas aéreas y 3 son transformadores:

- Líneas aéreas de 14 m de separación entre fases, en montaje coplanario horizontal, y con 450 mm de separación entre conductores tipo 147AL1/34-ST1A:
 - L4 es de 60 km en configuración *cuádruplex* ('Cx')
 - L3 y L9 son de configuración *tríplex* ('Tx')
 - L8 es *dúplex* ('Dx') de 40 km
 - L5, L6 y L7 son *símplex* ('Sx')
- Transformadores:
 - Todos de potencia aparente nominal $S_n = 100$ MVA e impedancia de cortocircuito del 15% de la impedancia a potencia nominal.
 - De tensiones nominales 220/220 kV con cambiador de tomas de 23 posiciones del 1% U_n cada una, de las cuales 11 son reductoras de tensión, 11 son elevadoras de tensión y la central es de relación 1:1 con las tensiones nominales. Por tanto, la regulación alcanza desde el -11% de 220 kV hasta el +11%:



$$\text{desde } 220 - 11 \times \frac{1}{100} 220 = 195.8 \text{ kV} \quad \text{hasta} \quad 220 + 11 \times \frac{1}{100} 220 = 244.2 \text{ kV}$$

Para la tensión que fija el nudo 1 de 230 $\underline{0^\circ}$ kV las tensiones de todos los nudos aparecen todas en color negro, porque se encuentran dentro del rango permitido del $\pm 5.5\% U_n$:

$$207\,900 \text{ V} \leq U_i \leq 232\,100 \text{ V}$$

La central del nudo 1 está *entregando* a la red la potencia aparente

$$\bar{S}_1 = 284.63 + j237.5 = \sqrt{284.63^2 + 237.5^2} \left| \arctg\left(\frac{237.5}{284.63}\right)^\circ \right. = 370.7 \underline{39.8^\circ} \text{ MVA}$$

y lo consigue a través de las dos líneas a él conectadas:

- A L3 entrega $\bar{S}_{1,4} = 93.13 + j70.6 \text{ MVA} = 117 \underline{37^\circ} \text{ MVA}$
- A L4 entrega $\bar{S}_{1,2} = 191.5 + j166.9 \text{ MVA} = 254 \underline{41^\circ} \text{ MVA}$

y como puede se puede comprobar a simple vista, a partir de los valores cartesianos, toda la potencia de la central se entrega a las líneas que parten de ella pues $\bar{S}_1 = \bar{S}_{1,4} + \bar{S}_{1,2}$.

La potencia $\bar{S}_{1,4}$ puede leerse en color verde en el gráfico o también en la tabla de *Potencias entregadas a las líneas* mirando en la fila 1, columna 4 (resaltado en rojo). Y la $\bar{S}_{1,2}$ está en esa misma fila 1 pero en la columna 2.

Potencias entregadas a las líneas (MVA)									
	[1]	[2]	[3]	[4]	[5]	[6]	[7]	[8]	ΣS_{jk}
[1]	----	191.5+166.9i	0+0i	93.13+70.6i	0+0i	0+0i	0+0i	0+0i	284.63+237.5i
[2]	-189.2-156.3i	----	45.68+36.99i	0+0i	0+0i	0+0i	0+0i	123.5+104.4i	-20.02-14.91i
[3]	0+0i	-45.68-32.37i	----	-51.99-38.05i	42.8+31.06i	24.86+14.36i	0+0i	0+0i	-30.01-25i
[4]	-91.99-79.17i	0+0i	51.99+44.17i	----	0+0i	0+0i	0+0i	0+0i	-40-35i
[5]	0+0i	0+0i	-42.44-35.11i	0+0i	----	-7.56-9.89i	0+0i	0+0i	-50-45i
[6]	0+0i	0+0i	-24.67-22.47i	0+0i	7.57+7.74i	----	-42.9-40.27i	0+0i	-60-55i
[7]	0+0i	0+0i	0+0i	0+0i	0+0i	43.07+35.3i	----	-43.07-35.3i	0+0i
[8]	0+0i	-123.1-107.4i	0+0i	0+0i	0+0i	0+0i	43.07+39.93i	----	-80.03-67.47i

Ninguna de esas potencias agota, ni de lejos, la capacidad de transporte de energía de las líneas. La L3, por ejemplo, lleva un conductor 147AL1/34-ST1A que, según los datos de la Fig. 57, pág. 82, soporta 424 A en configuración *simplex*, o $3 \times 424 = 1272$ A en la *tríplice* que es la que adopta en este caso (indicación 'Tx' en el gráfico). A la tensión nominal de la red esa intensidad equivale a una potencia aparente nominal de

$$S_{n,1,2} = \sqrt{3} U_n I_n = \sqrt{3} \times 220 \times 1272 = 484\,697 \text{ kVA} = 485 \text{ MVA}$$

Este valor aparece en el gráfico, y está muy por encima de los 117 MVA que transporta.

La intensidad por la línea L4 junto al nudo 1 aparece en color magenta y es de 637.6 $\underline{-41.1^\circ}$ A. Como la tensión de dicho nudo es de 230 $\underline{0^\circ}$ kV, esa intensidad del nudo 1 al nudo 2 equivale a una potencia *entregada* desde la central a la línea de

$$\bar{S}_{1,2} = \sqrt{3} \bar{U}_1 \bar{I}_{1,2}^* = \sqrt{3} \times 230 \underline{0^\circ} \times 637.6 \underline{+41.1^\circ} = 254 \underline{41^\circ} \text{ MVA}$$

Este es también el valor que obtuvimos más arriba. En el otro extremo de la línea, es decir, la intensidad por L4 junto al nudo 2, es de 656.7 $\underline{136.9^\circ}$ A. Considerando la tensión de dicho nudo $\bar{U}_2 = 215\,779 \underline{-3.494^\circ}$ V esa intensidad significa que el nudo 2 *entrega* a la línea L4 hacia el nudo 1 una potencia de valor

$$\bar{S}_{2,1} = \sqrt{3} \bar{U}_2 \bar{I}_{2,1}^* = \sqrt{3} \times 215\,779 \angle -3.494^\circ \times 656.7 \angle -136.9^\circ = 245.4 \angle -140.4^\circ \text{ MVA} = -189.2 - j156.3 \text{ MVA}$$

que es el valor que figura en color verde en el gráfico y también el que se puede leer en la tabla de *Potencias entregadas a las líneas* en la fila 2, columna 1.

El nudo 2 entrega a la red la potencia aparente que se puede leer en azul en el gráfico y también en la tabla de *Nudos de la red*

$$\bar{S}_2 = -20 - j15 = \sqrt{20^2 + 15^2} \left| \arctg\left(\frac{-15}{-20}\right) \right| = 25 \angle -143.1^\circ \text{ MVA}$$

- Pero todas las potencias que entrega ese nudo 2 a la red son
- $\bar{S}_{2,1} = -189.2 - j156.3 \text{ MVA}$
 - $\bar{S}_{2,3} = 45.68 + j36.99 \text{ MVA}$
 - $\bar{S}_{2,8} = 123.5 + j104.4 \text{ MVA}$

que se pueden leer en el gráfico, aunque es muy cómodo recurrir también a la tabla *Potencias entregadas a las líneas* y mirar la fila 2, donde están todas las potencias que entrega el nudo 2. Si se suman todas ellas el resultado es $-20 - j15 \text{ MVA}$, que es justamente la potencia que demanda el nudo 2 (salvo errores de redondeo).

	[1]	[2]	[3]	[4]	[5]	[6]	[7]	[8]	ΣS_{jk}
[1]	----	191.5+166.9i	0+0i	93.13+70.6i	0+0i	0+0i	0+0i	0+0i	284.63+237.5i
[2]	-189.2-156.3i	----	45.68+36.99i	0+0i	0+0i	0+0i	0+0i	123.5+104.4i	-20.02-14.91i
[3]	0+0i	-45.68-32.37i	----	-51.99-38.05i	42.8+31.96i	24.86+14.36i	0+0i	0+0i	-730.01-25i
[4]	-91.99-79.17i	0+0i	51.99+44.17i	----	0+0i	0+0i	0+0i	0+0i	-40-35i
[5]	0+0i	0+0i	-42.44-35.11i	0+0i	----	7.56-9.89i	0+0i	0+0i	-50-45i
[6]	0+0i	0+0i	-24.67-22.47i	0+0i	7.57+7.74i	----	-42.9-40.27i	0+0i	-60-55i
[7]	0+0i	0+0i	0+0i	0+0i	0+0i	43.07+35.3i	----	-43.07-35.3i	0+0i
[8]	0+0i	-123.1-107.4i	0+0i	0+0i	0+0i	0+0i	43.07+39.93i	----	-80.03-67.47i

Se puede proceder igual con el resto de las líneas y los resultados son coherentes a lo largo de toda la red.

Los transformadores T1 y T2 están alimentando en paralelo al nudo 3. Son transformadores idénticos y al estar en la toma 8 (*tap 8*) están intentando elevar la tensión del secundario un $+8 \times 1\% = +8\%$ respecto del primario, pero su caída de tensión interna se lo impide. Si fueran más grandes (mayor potencia aparente nominal) o soportaran menor carga, lograrían elevaciones mayores.

	T1	T2
U_1 (V)	215 779	217 626
U_2 (V)	221 975	221 975
$U_2 - U_1$ (V)	6 196	4 349
$\Delta U\%$	2.87%	2.00%

También se observa que, a pesar de ser transformadores idénticos, el flujo de potencia a través de ellos hacia el nudo 3 es muy diferente.

	T1	T2
\bar{S}_{3x} (MVA)	45.68+	51.99+
	+j 32.37 =	+j 38.05 =
	= 56 35°	= 64.4 36°

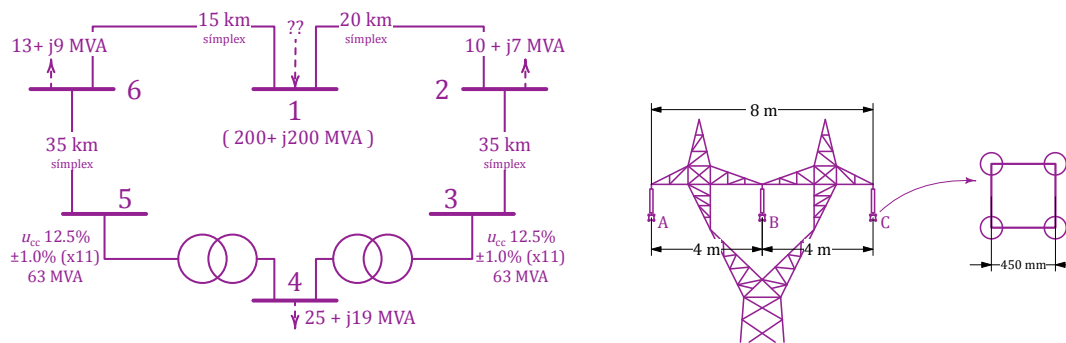
La razón es que también son distintas las tensiones en sus primarios, y el que parte de una tensión más baja entrega menos potencia que el otro.

2. Sea la red de 66 kV de la figura, alimentada desde el nudo 1 con hasta $200 + j200 \text{ MVA}$, en la que se han representado 6 nudos, las líneas de conductor 67-AL1/11-ST1A, y los transformadores de relación de transformación 1:1 con cambiador de tomas en el secundario. Se



quiere estudiar cómo debe mejorarse la red para hacer frente a las cargas máximas futuras en los nudos 2, 4 y 6 que también se indican. Se pide:

- Resolver la red para ese estado de máxima carga futura, calculando las tensiones de cada nudo y la potencia transportada por cada línea para la tensión de $66 \angle 0^\circ$ kV (tensión nominal) en el nudo 1 y los transformadores en su toma central.
- Determinar si las tensiones podrían mantenerse en el rango de $\pm 5\% U_n$ para cualquier régimen de carga comprendido entre el 0% y el 100% de la futura máxima a estudiar.



Solución:

La primera situación pedida queda resuelta en el gráfico siguiente donde se comprueba que:

- La red ha quedado resuelta para la tensión $U_1 = 66 \angle 0^\circ$ kV y los transformadores en su toma central (*tap 0*), dado que las potencias absorbidas de la red por los nudos 2, 4 y 6 coinciden con las configuradas en los datos del problema para el 100% de carga.
- Las potencias aparentes que fluyen por cada línea aparecen en verde en forma cartesiana en el gráfico:

- L1: del nudo 1 *salen* hacia el nudo 2 $24.05 + j19.25$ MVA pero como del nudo 2 *salen* hacia el nudo 1 solo $-22.79 - j17.53$ MVA eso es que efectivamente *llegan* $22.79 + j17.53$ MVA.
- L2: del nudo 2 *salen* hacia el nudo 3 solo $12.79 + j10.53$ MVA, que son los $22.79 + j17.53$ MVA que llegaron por la L1 menos los $10 + j7$ MVA que demanda el nudo 2. En efecto $(22.79 + j17.53) - (10 + j7) = 12.79 + j10.53$ MVA.

Del nudo 3 *salen* hacia el nudo 2 solo $-12.04 - j9.71$ MVA, por lo que *llegan* al nudo 3 $12.04 + j9.71$ MVA. Y como el nudo 3 no demanda carga alguna, son los MVA que luego fluyen hacia el transformador T3.

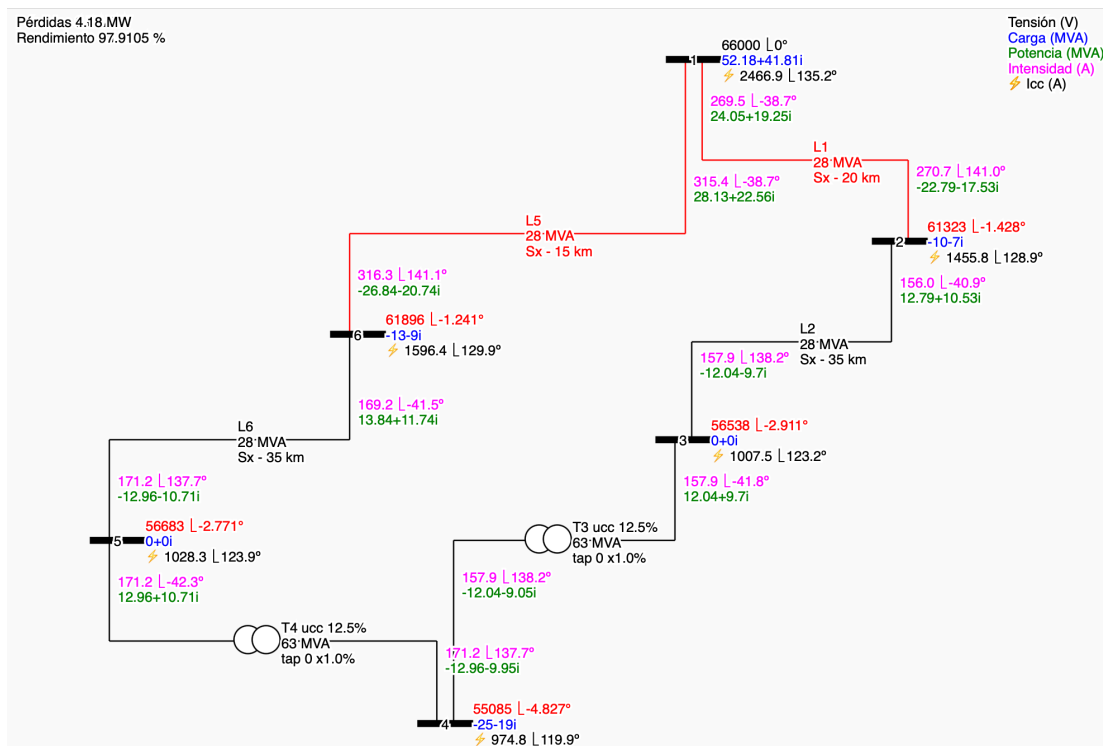
- La diferencia entre la potencia que se entrega a una línea en un extremo y la que se extrae del otro son las pérdidas de la línea. Para calcularlas podemos sumar los valores de las potencias que sus dos extremos le entregan, las que *salen* de los nudos hacia la línea, pues ya llevan los signos apropiados:
 - Pérdidas en L1: $(24.05 + j19.25) + (-22.79 - j17.53) = 1.26 + j1.72$ MVA
 - Pérdidas en L2: $(12.79 + j10.53) + (-12.04 - j9.71) = 0.75 + j0.82$ MVA
 - etc.

Pueden analizarse de forma similar todos los flujos por todas las líneas y se comprobará que

el resultado es coherente. Y que la parte activa de todas las pérdidas suma 4.18 MW.

Nudos de la red						Elementos de la red								
Nudo	Load (MVA)	Genr (MVA)	Tensión de nudo U (V)	Intensidad nudo I (A)	Potencia nudo S (MVA)	INI	FIN	Tipo	Sn elem (MVA)	Añadir	y1 ($\times 10^{-6} \Omega^{-1}$)	y2 (Ω^{-1})	y3 ($\times 10^{-6} \Omega^{-1}$)	On Off
1	0+0i	200+200i	66000	585.0 L -38.7°	52.18+41.81i	1	2	L	28	E X	0+25.78202i	0.0518-0.07933i	0+25.78202i	✓
2	10+7i	0	61304-1528i	114.9 L 143.6°	-10-7i	2	3	L	28	E X	0+45.11853i	0.0296-0.04533i	0+45.11853i	✓
3	0	0	56465-2871i	0.0 L 111.3°	0+0i	3	4	T	63	E X	0+0i	0-0.1157025i	0+0i	✓
4	25+19i	0	54890-4635i	329.1 L 137.9°	-25-19i	5	4	T	63	E X	0+0i	0-0.1157025i	0+0i	✓
5	0	0	56617-2740i	0.0 L 137.3°	0+0i	6	1	L	28	E X	0+19.33651i	0.06907-0.10578i	0+19.33651i	✓
6	13+9i	0	61881-1340i	147.5 L 144.1°	-13-9i	5	6	L	28	E X	0+45.11853i	0.0296-0.04533i	0+45.11853i	✓

Pérdidas en la red: 4.18 MW
Rendimiento de la red: 97.9105 %



Al 100% de carga, las tensiones no están dentro del rango de $\pm 5\% U_n$, es decir, caen fuera de

$$62\,700 \leq U_n \leq 69\,300 \text{ V}$$

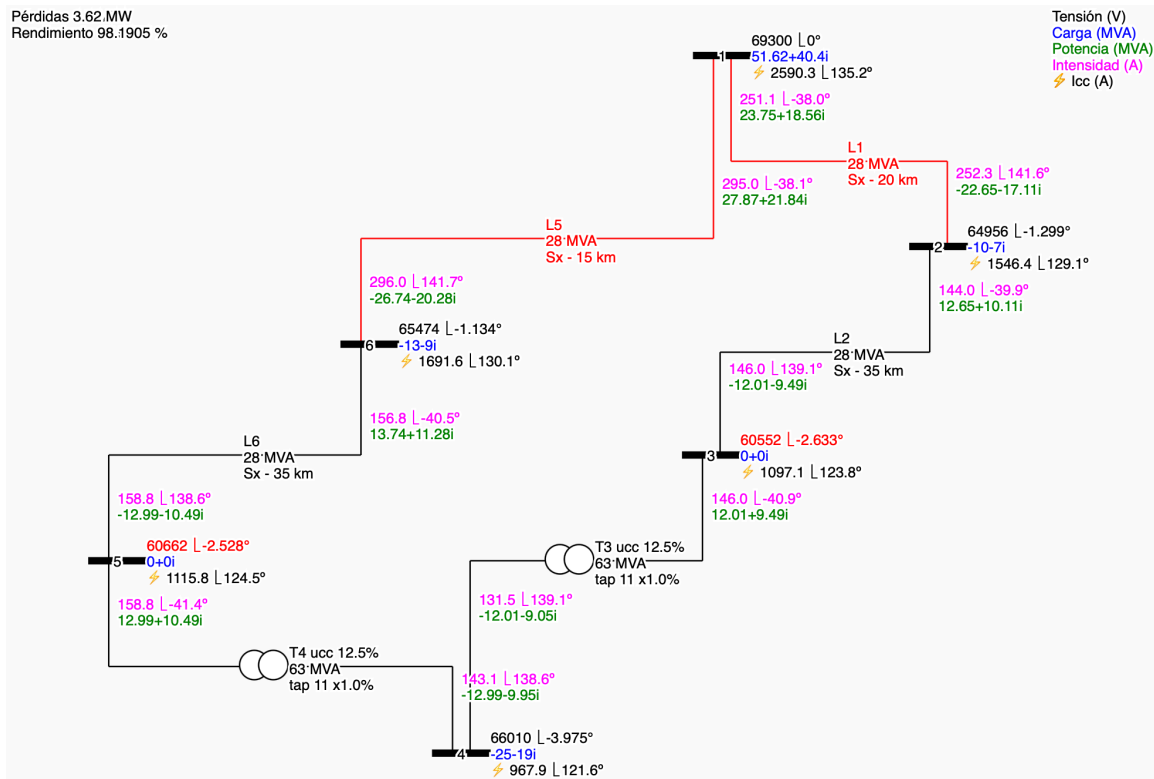
La condición de máxima carga es siempre la situación que arroja las menores tensiones de una red. Para elevarlas:

1. La central del nudo 1 podría elevar la tensión en sus barras de central al máximo reglamentario, y además...
2. ... los transformadores deberán elevar todo lo posible la tensión de sus secundarios empleando sus reguladores de tomas al máximo de su rango.

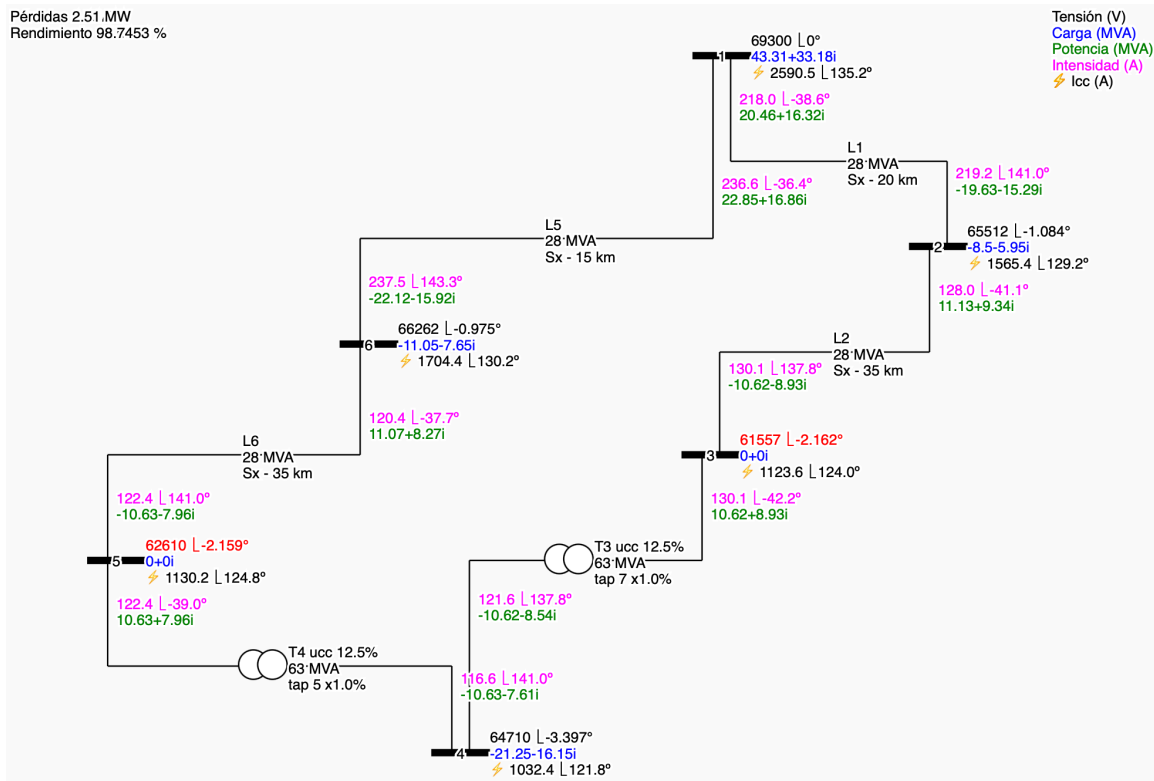
La solución consigue el objetivo de que las tensiones de todos los nudos queden dentro del rango admisible incluso con el 100% de la carga futura a estudiar.

Las tensiones de los nudos 3 y 5 seguirían por debajo del límite reglamentario pero eso no es ningún inconveniente ya que son nudos solo instrumentales, necesarios para definir los transformadores, pero no suministran carga alguna y por ello no están obligados a mantener la tensión de suministro entre los límites de $\pm 5\% U_n$.

Sin embargo, la solución es insatisfactoria porque se sobrecargan las líneas L1 y L5.



La simulación permite ajustar el *Porcentaje de carga (%)* y determinar cuándo desaparece esa sobrecarga:

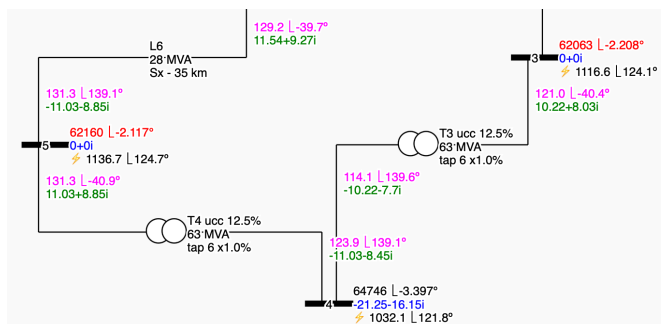


1. La central 1 estaría entregando su potencia con la máxima tensión, es decir, $U_1 = 69.3 \angle 0^\circ$ kV.
2. Con un 90% de carga desaparece la sobrecarga en la L1, pero hay que bajar hasta el 85% para que desaparezca la de la L5 ya que, en ese momento, los transformadores estarían en T3: toma 7 (*tap* 7), T4: toma 5 (*tap* 5), pues solo de esa forma entregarían ambos al nudo 4 una potencia similar (*).

(*) Si ambos estuvieran en la misma toma (*tap* 6) conseguirían en el nudo 4 una tensión parecida a la anterior, pero las potencias entregadas a dicho nudo por cada transformador serían distintas:

$$T3: 10.22 + j7.7 \text{ MVA} = 12.8 \angle 37^\circ \text{ MVA}$$

$$T4: 11.03 + j8.45 \text{ MVA} = 13.9 \angle 38^\circ \text{ MVA}$$

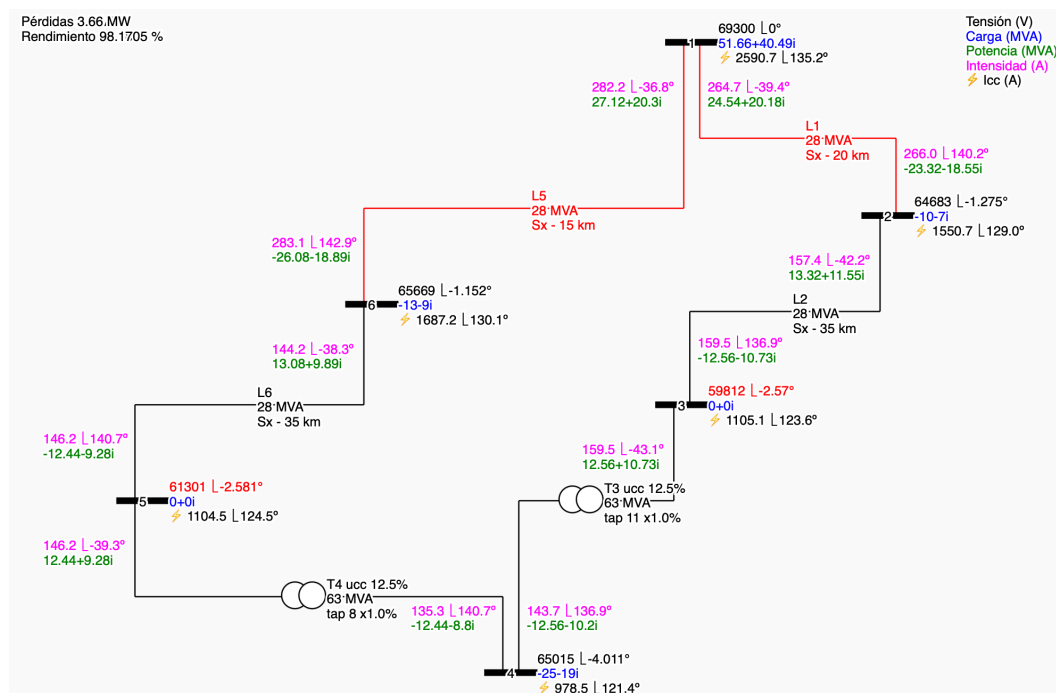


En efecto el T3 está sobrecargado respecto del T4. Se observa, además, que la mayor carga que transportaría ahora la parte derecha de la red produce una mayor caída de tensión en el nudo 3, y la menor carga en la parte izquierda aliviaría la caída del nudo 5.

3. Estudie las inversiones en la red del ejercicio anterior que permitirían alcanzar el 100% del *Porcentaje de carga* que puede transportar. Debe considerar alternativamente:

- a) Cambiar el tipo de conductor de las líneas existentes.
- b) Hacer líneas nuevas entre los nudos 2-6 (55 km) o entre los nudos 1-3 (60 km)

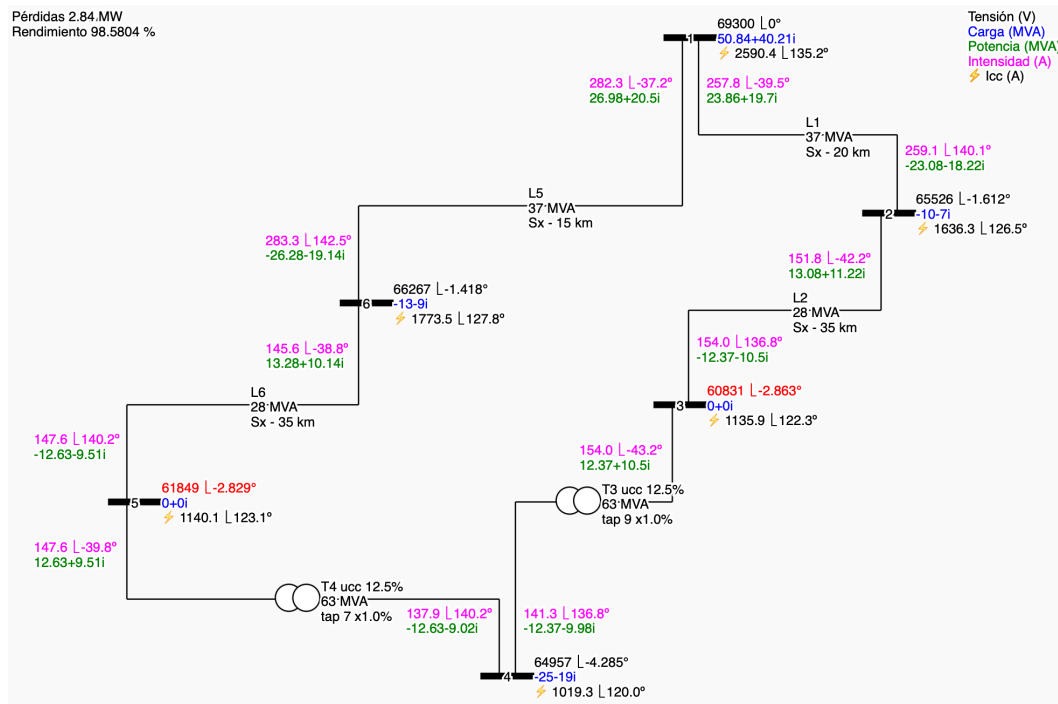
Solución:





La situación de partida es la siguiente: la central 1 fija su tensión al máximo posible y los transformadores regulan de forma óptima, proporcionando una potencia similar y logrando la tensión nominal en el nudo 4 al que están ambos conectados. Los nudos 2 y 6 también tienen tensión dentro del rango. Pero aparecen sobrecargadas las líneas L1 y L5.

El cambio del conductor 67-AL1/11-ST1A por el 100-AL1/17-ST1A (ver tabla de la Fig. 57, pág. 82) corrige la sobrecarga y permite a los transformadores cambiar a otras posiciones.

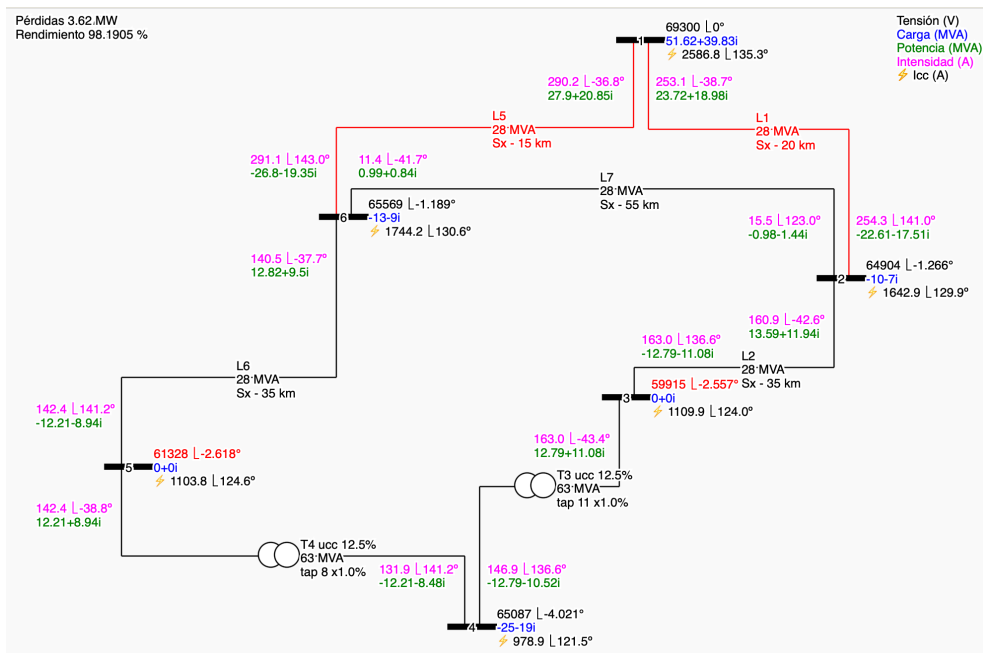


La otra opción es dejar las L1 y L5 como están y crear líneas nuevas, con el mismo conductor, de la longitud indicada en el problema:

- Una línea entre los nudos 2 y 6 de 55 km con conductor 67-AL1/11-ST1A en configuración *simplex*, buscando que los transformadores T3 y T4 entreguen ambos una potencia similar al nudo 4, pediría T3-tap 11 y T4-tap 8.

Las sobrecargas no desaparecen, probablemente porque la nueva línea L7 no transporta apenas potencia: el escaso flujo de carga que la utiliza va del nudo 6 (solo salen $0.99 + j0.84$ MVA) hacia el nudo 2 (llegan $0.98 + j1.44$ MVA), y no contribuye a aliviar en nada la situación de las líneas problemáticas.

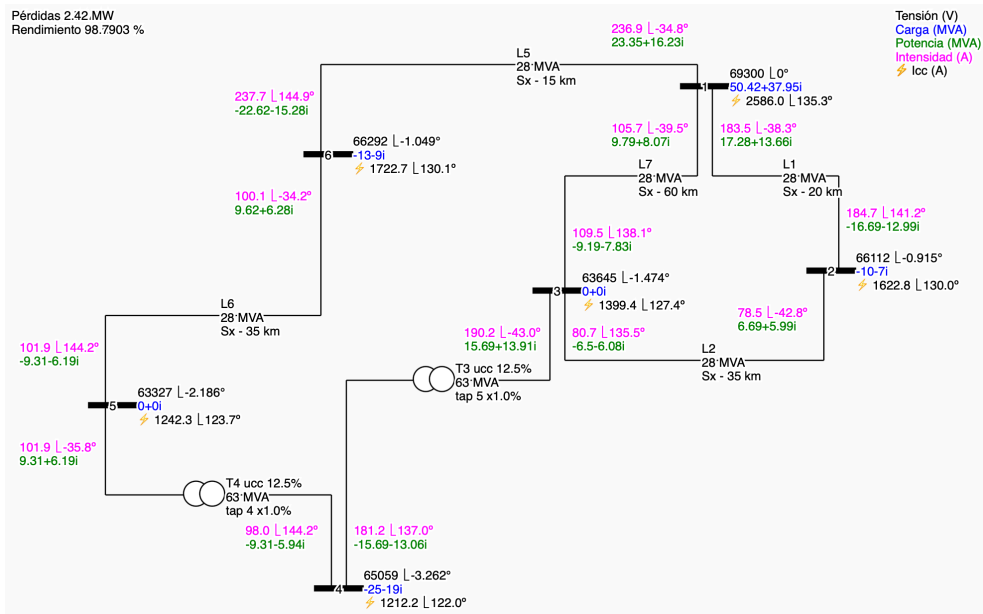
- La línea entre los nudos 1 y 3, también con conductor 67-AL1/11-ST1A en configuración *simplex*, pero de 60 km como pide el problema, sí que cambia las cosas: al reforzar la capacidad de la red de transportar energía en su parte derecha deriva el flujo de potencia hacia esa parte, lo que alivia la L5 que está en la parte izquierda de la red. Pero este efecto se puede ver perjudicado por un ajuste diferente de los cambiadores de tomas de los transformadores T3 y T4 de que se muestra en la solución de la imagen (T3-tap 5, T4-tap 4).



En efecto, si T4 usara una toma de posición igual o superior a la toma de T3, entregaría más potencia al nudo 4 proveniente de la parte izquierda de la red, y la sobrecarga en L5 reaparecería.

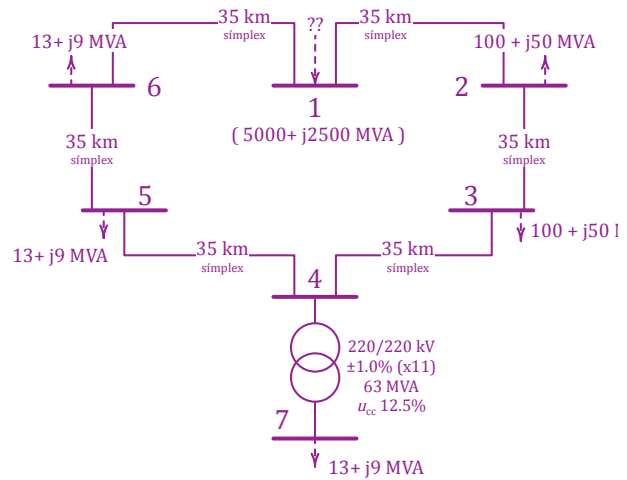
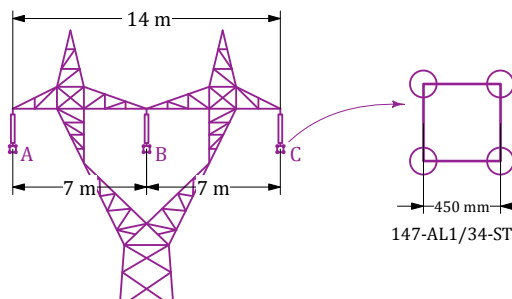
La condición de que se elimine la sobrecarga de L5 es que el transformador T3 entregue al nudo 4 mucha más potencia que el transformador T4, una situación poco deseable pues acelera el envejecimiento de una máquina respecto de la otra.

La opción b) es, por tanto, la preferible. Sin embargo, el cambio de conductor en L1 y en L5 es la opción más barata con toda probabilidad.





4. Simule en su ordenador la red de la figura adjunta mediante la herramienta informática utilizada en clase (Flujos060). Todas las líneas son aéreas con las características que se indican aquí abajo y a la derecha.



Las tensiones de toda la red no deben oscilar fuera del $\pm 5\%$ de su tensión nominal de 220 kV.

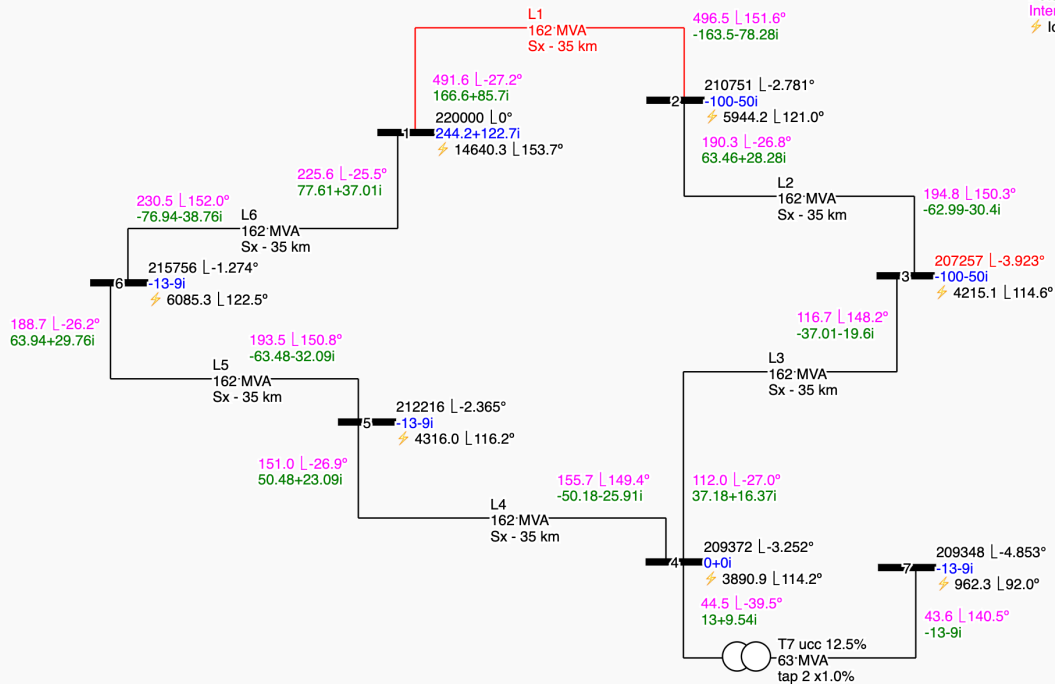
- Estudie la red para la tensión nominal de $220 \angle 0^\circ$ kV en el nudo 1 y a plena carga. ¿En qué toma debe colocarse el transformador para que la tensión en el nudo 7 sea al menos la nominal? (1.0 pt) ¿Qué tensión alcanza dicho nudo? (1.0 pt)
- Explique por qué cambian a rojo algunos elementos/resultados de la red en las condiciones del apartado a) (1.0 pt)
- Intente corregir los problemas detectados en b) variando la tensión del nudo 1. Anote las tensiones del nudo 1 y del nudo 7, y la posición del cambiador de tomas del transformador, de la mejor solución a la que llegue, y explique por qué la considera la mejor (2.0 pt)
- A estas alturas ya sabrá que una línea siempre aparece sobrecargada. Con la red en la situación del apartado c) proponga la construcción de una nueva línea aérea como todas las demás, pero ahora de 50 km entre dos nudos, que solucione ese problema (2.0 pt)
- Devuelva la simulación de la red a la situación del apartado a). Determine qué potencia activa máxima podría autorizarse a una nueva central a construir en el nudo 7 teniendo en cuenta que la demanda de la red nunca baja del 50% de la de plena carga, explicando por qué no puede ser más (3.0 pt)

Solución

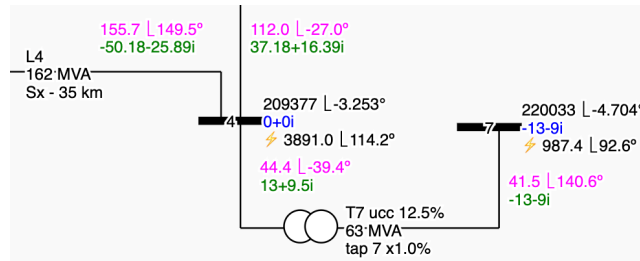
a) Una representación del problema en la herramienta de clase es la de la figura adjunta, donde se aprecia que a plena carga y a la tensión de $220 \angle 0^\circ$ kV en el nudo 1 la tensión en el nudo 7 es de $209.4 \angle -4.9^\circ$ kV, inferior a la nominal. Para lograr al menos este valor el transformador debe colocar su cambiador de tomas en tap 7 pues así se tiene que $\bar{U}_7 = 220 \text{ 033} \angle -4.7^\circ$ V ($219 \text{ 292} - j \text{ 18 044}$) V que es un valor justamente por encima de la tensión nominal de la red de 220 kV.

Pérdidas 5.17 MW
Rendimiento 99.8966 %

Tensión (V)
Carga (MVA)
Potencia (MVA)
Intensidad (A)
Icc (A)



Representación de la red en el estado inicial a)



En el estado a) con el T7 en tap +7 la tensión del nudo 7 está justo por encima de la nominal de la red

b) En color rojo se observan dos elementos no aceptables para las condiciones del problema:

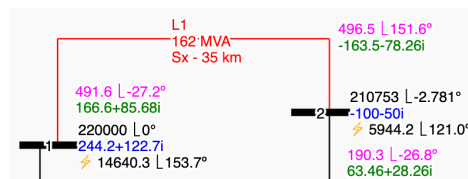
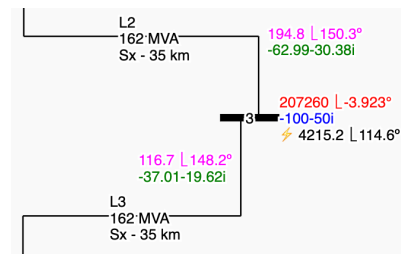
- La tensión en el nudo 3. Como la red puede oscilar $\pm 5\%$ alrededor de su tensión nominal los valores extremos del rango admisible son

$$209\ 000 \leq U_i \leq 231\ 000\ V$$

pero la tensión $U_7 = 207\ 260\ V$ con el transformador en tap +7 cae por debajo de la mínima.

- La línea L1 entre los nudos 1 y 2. Su límite térmico se sitúa en 162 MVA pero está soportando, del lado del nudo 1, una potencia mayor:

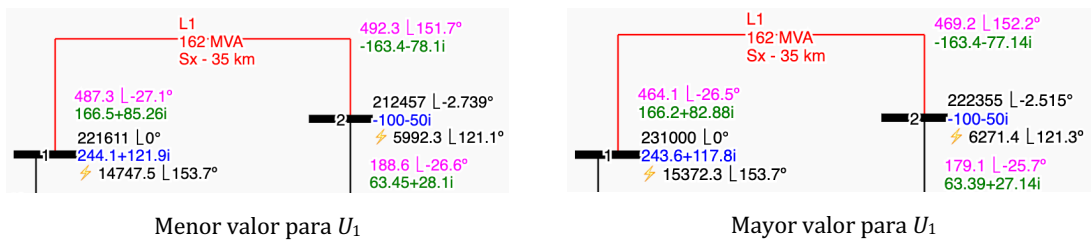
$$166.6 + j\ 85.68 = 187.3 \angle 27.2^\circ \text{ MVA}$$





c) Si la tensión del nudo 1 sube hasta $\bar{U}_1 = 221\ 611 \angle 0^\circ$ V la tensión del nudo 3 alcanza justamente el mínimo admisible: $\bar{U}_3 = 208\ 526 - j\ 14\ 081 = 209\ 001 \angle -3.87^\circ$ V. Cualquier valor de \bar{U}_1 superior (hasta el límite de 231 kV) consigue el mismo efecto.

Sin embargo, ninguno de esos valores logra acabar con el problema de la sobrecarga de la línea 1-2, pues ni siquiera con el máximo posible, que es el que produce las menores intensidades en esa línea, se deja de superar su límite. En efecto, para $\bar{U}_1 = 231 \angle 0^\circ$ kV la potencia entregada a la línea 1-2 es $166.2 + j\ 82.88 = 185.7 \angle 26.5^\circ$ MVA, aún superior a los 162 MVA permitidos por su configuración.



La sobrecarga de la línea 1-2 se mantiene aunque la tensión del nudo 1 sea la mayor posible

La mejor opción es, sin duda, la de la mayor tensión posible ($\bar{U}_1 = 231 \angle 0^\circ$ kV) pues para ella el rendimiento de la red es superior. Es lógico, pues a mayor tensión, menor intensidad por las líneas, con lo que las pérdidas de tipo $R I^2$ son menores y el rendimiento mejora.

Pérdidas 5.08 MW
 Rendimiento 99.8984 %

Pérdidas 4.61 MW
 Rendimiento 99.9078 %

Menor valor para U_1

Mayor valor para U_1

Rendimientos de la red en función de la tensión del nudo 1

d) La sobrecarga de la línea L1 entre los nudos 1-2 puede corregirse mediante una nueva línea de 50 km y similar a las existentes:

- Entre los nudos 1-3, pues así se refuerza la parte más sobrecargada de la red. La nueva línea soporta

$$82.83 + j\ 36.25 = 90.4 \angle 23.6^\circ \text{ MVA}$$

y la 1-2 queda solo con

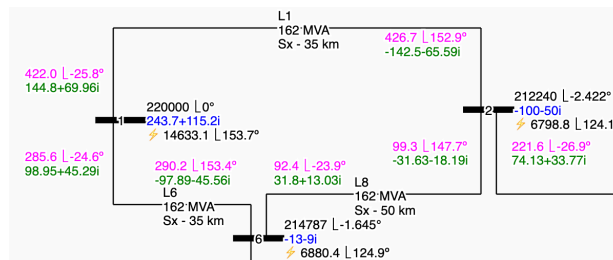
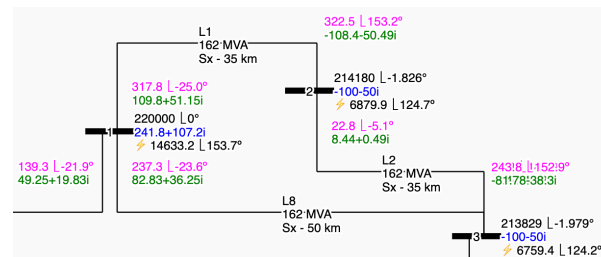
$$109.8 + j\ 51.15 = 121.1 \angle 25.0^\circ \text{ MVA}$$

- Entre los nudos 2-6. Aunque también se descarga la línea 1-2 esta nueva línea no trabaja demasiado pues lleva

$$31.8 + j\ 13.03 = 34.4 \angle 22.3^\circ \text{ MVA}$$

y la 1-2 sigue con

$$144.8 + j\ 69.96 = 160.8 \angle 25.8^\circ \text{ MVA}$$



Los rendimientos de ambas opciones son muy distintos, y hacen preferible optar por la línea entre los nudos 1 y 3.

Pérdidas 2.83 MW
Rendimiento 99.9434 %

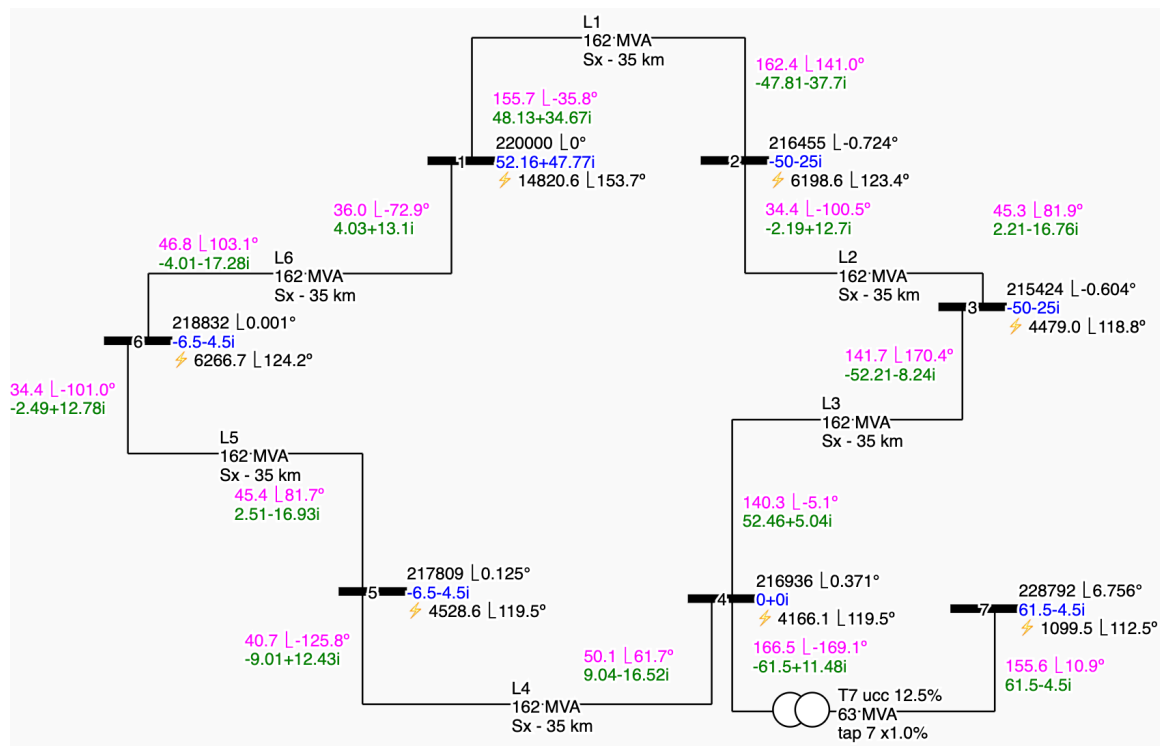
Pérdidas 4.74 MW
Rendimiento 99.9052 %

Con línea 1-3

Con línea 2-6

e) Volviendo a las condiciones del apartado a), es decir, con $\bar{U}_1 = 220 \angle 0^\circ$ kV y el transformador en tap 7, la máxima potencia que se puede autorizar a una central que entregue únicamente potencia activa es de 68 MW ya que una potencia superior sobrecarga el transformador. En efecto, para esta potencia, y considerando que la red está suministrando solo el 50% de su potencia a plena carga como pide el problema, la solución a la que se llega es la siguiente:

Nudos de la red						
Nudo	Carga (MVA)	Genr (MVA)	Tensión de nudo U (V)	Intensidad nudo I (A)	Potencia nudo S (MVA)	Añadir
1	0+0i	5000+2500i	220000	185.6 $\angle -42.5^\circ$	70.7 $\angle 42.5^\circ$	
2	100+50i	0	216438-2734i	149.1 $\angle 152.7^\circ$	55.9 $\angle -153.4^\circ$	X
3	100+50i	0	215412-2272i	149.8 $\angle 152.8^\circ$	55.9 $\angle -153.4^\circ$	X
4	0	0	216931+1405i	0.0 $\angle 16.6^\circ$	0 $\angle 0^\circ$	X
5	13+9i	0	217808+473.3i	21.0 $\angle 145.4^\circ$	7.9 $\angle -145.3^\circ$	X
6	13+9i	0	218832+5.351i	20.9 $\angle 145.3^\circ$	7.9 $\angle -145.3^\circ$	X
7	13+9i	68	227203+26916i	155.6 $\angle 10.9^\circ$	61.7 $\angle -4.2^\circ$	X



En esas condiciones por el transformador circula una potencia de valor muy próximo a los 63 MVA de su potencia aparente nominal. En efecto, el nudo 4 le está entregando

$$-61.5 + j 11.48 = 62.6 \angle 169.4^\circ \text{ MVA}$$

Con muy poca potencia más (68.5 MW) se sobrepasan los 63 MVA del transformador.